

ПРОГРАММА ЭКЗАМЕНА

по курсу "ВВЕДЕНИЕ В ТОПОЛОГИЮ" (лектор Б.А.Пасынков, 2013 г.)

1. Метрические пространства, их непрерывные отображения, подпространства.
2. Канторово множество, его канторово отображение на отрезок.
3. Топологические пространства (\equiv пространства), замкнутые множества, замыкания, внутренние и граничные точки, точки прикосновения. Подпространства.
4. Базы и предбазы топологий, задание топологий базами и предбазами.
5. Непрерывные отображения (пространств), критерии непрерывности отображений, гомеоморфизмы, топологические инварианты. Факторпространства.
6. Метрическая топология (\equiv топология, порожденная метрикой), метризуемые пространства, метризуемость – топологический инвариант. Метризуемость подпространства метризуемого пространства.
7. Нормальность, теорема Урысона (о функциональной отделимости пар замкнутых подмножеств нормального пространства).
8. Непрерывность равномерно сходящейся последовательности непрерывных на пространстве (вещественнозначных) функций.
9. Теорема Титце-Урысона (о продолжении непрерывных функций).
10. Аксиомы отделимости. Хаусдорфовость и нормальность метризуемых пространств. Подпространства нормальных T_1 - и тихоновских пространств – тихоновские. Леммы об ужати и о разбиении единицы.
11. Суммы и тихоновские произведения пространств. Диагональные произведения и произведения отображений. Декартовы подпроизведения тихоновских произведений – (как подпространства) тихоновские произведения. \mathbb{R}^n есть n -ая топологическая степень \mathbb{R} .
12. Паракомпактность. Замкнутое подмножество паракомпактного пространства паракомпактно. Нормальность паракомпактов.
13. Компактность. Непрерывный образ компактного пространства компактен. Компактность – топологический инвариант. Абсолютная замкнутость компактов. Непрерывное и взаимно однозначное отображение компактного пространства на хаусдорфово – гомеоморфизм.
14. Лемма Куратовского-Цорна. Компактность тихоновского произведения компактных пространств. Произведение компактов – компакт. Локальная компактность \mathbb{R}^n .
15. Метрический компакт ограничен. Непрерывная на компактном пространстве функция ограничена и достигает своих *sup* и *inf*.
16. Подпространство \mathbb{R}^n компактно тогда и только тогда, когда оно ограничено и (как подмножество) замкнуто в \mathbb{R}^n .
17. Метризуемость тихоновского произведения счетной системы метризуемых пространств.
18. Теорема Урысона-Тихонова о метризуемости тихоновских пространств со счетной базой.
19. Связность. Непрерывный образ связного пространства связан. Связность – топологический инвариант. Объединение связных подпространств пространства связно, если их пересечение непусто. Замыкание связного подпространства пространства связно. Компоненты связности.
20. Линейная связность, линейная связность влечет связность. Непрерывный образ линейно связного пространства линейно связан. Линейная связность – топологический инвариант. Компоненты линейной связности.

21. Гомотопность пары непрерывных отображений $f, g : X \rightarrow Y$. Отношение гомотопности на множестве $C(X, Y)$ всех непрерывных отображений X в Y есть отношение эквивалентности. Множество $\pi(X, Y)$.

22. Любая пара непрерывных отображений $f, g : X \rightarrow (I = [0, 1])$ гомотопна.

23. Гомотопическая эквивалентность пар пространств. Отношение гомотопической эквивалентности на классе всех пространств есть отношение эквивалентности. Гомотопический тип пространства. Стягиваемые пространства.