Теорема 1. *Если семейство пространств* $\{X_\alpha : \alpha \in A\}$ *таково, что для любого конечного множества индексов* $F \subset A$ *произведение* $\prod_{\alpha\in F} X_\alpha$ *обладает свойством Суслина, то и всё произведение* $\prod_{\alpha\in A} X_\alpha$ *обладает этим свойством.*

Доказательство. Пусть $\mathscr{U}$ — произвольное несчётное семейство непустых открытых множеств в $\prod_{\alpha\in A} X_\alpha$. В каждом $U \in \mathscr{U}$ выберем непустой элемент $\tilde{U} \subset U$ канонической базы. Тем самым мы получим несчётное семейство $\mathscr{V} = \{\tilde{U} : U \in \mathscr{U}\}$ непустых канонических открытых множеств. Каждое $\tilde{U} \in \mathscr{V}$ имеет вид $\prod_{\alpha\in A} \tilde{U}_\alpha$, причём множество $F_{\tilde{U}} = \{\alpha \in A : \tilde{U}_\alpha \neq X_\alpha\}$ конечно. Применив лемму о Δ-системе к семейству $\mathscr{F} = \{F_{\tilde{U}} : \tilde{U} \in \mathscr{V}\}$, мы получим несчётное подсемейство $\mathscr{F}' \subset \mathscr{F}$ и конечное множество F с тем свойством, что $F_{\tilde{U}_1} \cap F_{\tilde{U}_2} = F$ для любых $F_{\tilde{U}_1}, F_{\tilde{U}_2} \in \mathscr{F}'$. Семейству $\mathscr{F}'$ соответствует несчётное семейство $\mathscr{V}' = \{\tilde{U} : F_{\tilde{U}} \in \mathscr{F}'\} \subset \mathscr{V}$. Осталось заметить, что множества $\tilde{U}_1$ и $\tilde{U}_2$ из семейства $\mathscr{V}'$ пересекаются тогда и только тогда, когда $\prod_{\alpha\in F} \tilde{U}_{1_\alpha} \cap \prod_{\alpha\in F} \tilde{U}_{2_\alpha} \neq \varnothing$, так как в каждом $\tilde{U}_i = \prod_{\alpha\in A} \tilde{U}_{i_\alpha}$, $i = 1, 2$, ограничения накладываются лишь на координаты из $F_{\tilde{U}_i}$ и $F_{\tilde{U}_1} \cap F_{\tilde{U}_2} = F$. Поскольку по условию теоремы число Суслина произведения $\prod_{\alpha\in F} X_\alpha$ счётно, семейство $\mathscr{V}'$ (а значит, и $\mathscr{U}$) обязано содержать пересекающиеся элементы. ∎