

I. Выучить определения следующих понятий:

Компактные, финально компактные, счётно компактные, псевдокомпактные пространства.

II. Доказать следующие утверждения:

1. Пространство компактно тогда и только тогда, когда оно финально компактно и счетно компактно.
2. Непрерывный образ счетно компактного пространства счетно компактен.
3. Каждое счетное компактное подпространство вещественной прямой компактно.
4. Каждая непрерывная вещественная функция на счетно компактном пространстве ограничена.
5. Докажите, что любое бесконечное некомпактное пространство содержит бесконечное замкнутое дискретное подмножество.
6. Нормальное пространство, на котором всякая непрерывная функция ограничена, является счетно компактным.
7. Какие подпространства прямой Зоргенфрея являются компактными?
8. Какие подпространства прямой в топологии Зарисского являются компактными?
9. Если $f: X \rightarrow Y$ – замкнутое отображение топологического пространства X и все прообразы точек $f^{-1}(y)$ счетно компактны, то для каждого счетно компактного подпространства $Z \subseteq Y$ прообраз $f^{-1}(Z)$ счетно компактен.
10. Произведение $X \times Y$ счетно компактного пространства X и компактного пространства Y счетно компактно.