

Вопросы по аналитической геометрии

2016/2017 учебный год. Лектор: проф. Ставрос Димитрис Илиадис

1. Определение вектора. Равенство векторов. Свободный вектор.
2. Определения операций сложения векторов и умножения вектора на число. Свойства этих операций.
3. Алгебраическое значение вектора на вектор и его свойства.
4. Понятие линейной зависимости векторов и его свойства.
5. Геометрический смысл линейной зависимости векторов.
6. Базисы и координаты векторов. Аффинные и прямоугольные системы координат на прямой, на плоскости и в пространстве. Координаты точек и их свойства. Деление отрезка в данном отношении.
7. Полярные системы координат на плоскости и в пространстве и их связи с прямоугольными системами координат.
8. Скалярное произведение векторов и его свойства. Неравенство Коши-Буняковского.
9. Скалярное произведение в прямоугольных координатах. Выражение длины вектора и угла между векторами через скалярное произведение.
10. Переход от одного базиса к другому. Матрица перехода. Формулы преобразования координат векторов.
11. Переход от одной аффинной системе координат к другой аффинной системе координат. Формулы преобразования координат точек.
12. Ортогональные матрицы. Ортогональные матрицы второго порядка. Формулы преобразования прямоугольных координат. Формулы преобразования прямоугольных координат на плоскости.
13. Ориентация прямой, плоскости и пространства.
14. Определение и свойства ориентированного объема. Угол от вектора до вектора.
15. Векторное и смешанное произведения векторов и их свойства.
16. Выражение векторного и смешанного произведения через координаты векторов в прямоугольных системах координат.
17. Векторное и параметрические уравнения прямой на плоскости. Каноническое и общее уравнения прямой на плоскости. (Система координат аффинная).
18. Взаимное расположение двух прямых на плоскости, заданных общими уравнениями. (Система координат аффинная).
19. Пучок прямых на плоскости и его уравнение.
20. Положительная и отрицательная полуплоскости, ограниченные прямой с уравнением $Ax + By + C = 0$ и свойства вектора $\{A, B\}$. (Система координат аффинная).

21. Формулы расстояния от точки до прямой в векторной форме. (Система координат прямоугольная).
22. Угол между прямыми и угол от одной прямой до другой, заданными общими уравнениями. Расстояние от точки до прямой, заданной общим уравнением. (Система координат прямоугольная).
23. Векторное и параметрические уравнения плоскости в пространстве. Общее уравнение плоскости в пространстве. (Система координат аффинная).
24. Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве, заданных общими уравнениями. (Система координат аффинная).
25. Пучок плоскостей и его уравнение. Полупространства, ограниченные плоскостью. (Система координат аффинная).
26. Векторное, параметрические и канонические уравнения прямой в пространстве. (Система координат аффинная).
27. Условие параллельности вектора плоскости, заданной общим уравнением. Задание прямой в пространстве как пересечение двух плоскостей и направляющий вектор этой прямой. (Система координат аффинная).
28. Расстояние от точки до плоскости и расстояние между двумя скрещивающимися прямыми в пространстве, выраженные через векторные и смешанные произведения. (Система координат прямоугольная).
29. Расстояние от точки до плоскости, заданной общим уравнением. (Система координат прямоугольная).
30. Определение линии второго порядка. Независимость порядка от аффинной системы координат.
31. Определение квадратичной функции на плоскости. Матрица квадратичной функции и матрица квадратичной части квадратичной функции.
32. Ортогональные инварианты квадратичных функций.
33. Преобразование уравнения линии второго порядка при повороте осей координат.
34. Приведение уравнения линии второго порядка к каноническому виду.
35. Определение канонического уравнения линии второго порядка по инвариантам.
36. Ортогональный семиинвариант K линии второго порядка.
37. Директориальное свойство эллипса, гиперболы и параболы.
38. Фокальное свойство эллипса и гиперболы.
39. Эллипс, гипербола и парабола в полярных координатах.
40. Фокальный параметр эллипса, гиперболы и параболы.
41. Пересечение линии второго порядка с прямой. Условие при котором прямая, заданная общим уравнением, содержится в линии второго порядка.
42. Асимптотические направления линии второго порядка.

43. Теоремы единственности для линий второго порядка.
44. Центр симметрии линии второго порядка и центр линии второго порядка. Классификация линий второго порядка по количеству их центров.
45. Асимптоты линий второго порядка. Уравнение гиперболы в асимптотах.
46. Диаметры линий второго порядка.
47. Сопряженные направления и особое направление линий второго порядка.
48. Сопряженные диаметры линий второго порядка. Диаметры центральных линий.
49. Касательная к линии второго порядка в неособой точке.
50. Уравнение линии второго порядка, отнесенной к двум ее сопряженным диаметрам.
51. Уравнение линии второго порядка, отнесенной к касательной и сопряженному к ней диаметру.
52. Главные направления и главные диаметры линий второго порядка.
53. Уравнение оси параболы в прямоугольной системе координат (случай $a_{12} \neq 0$).
54. Определение и свойства аффинных преобразований.
55. Аналитическая запись аффинных преобразований.
56. Аффинная классификация линий второго порядка.
57. Определение и свойства изометрических преобразований. Аналитическая запись изометрического преобразования.
58. Классификация движений плоскости.
59. Определение поверхности второго порядка. Квадратичные функции и их матрицы. Канонические уравнения поверхностей второго порядка.
60. Плоские сечения эллипсоида.
61. Плоские сечения двуполостного гиперboloида.
62. Прямолинейные образующие однополостного гиперboloида.
63. Конические сечения.
64. Плоские сечения эллиптического параболоида.
65. Плоские сечения гиперболического параболоида.
66. Цилиндрические поверхности.
67. Аффинная классификация поверхностей второго порядка.
68. Проективная плоскость. Модели проективной плоскости: пополненная плоскость, связка. Перспективное соответствие.
69. Однородные координаты. Арифметическая модель проективной плоскости.
70. Принцип двойственности. Теорема Дезарга.

Литература

1. В.В. Федорчук, *Курс аналитической геометрии и линейной алгебре*, Издательство Московского университета.
2. Ю.В. Садовничий, В.В. Федорчук, *Аналитическая геометрия*, Издательство „ЭКЗАМЕН“.