

1. Докажите, что каждое несчетное сепарабельное метризуемое пространство содержит подпространство без изолированных точек.
2. Докажите, что непустое хаусдорфово счетно компактное пространство без изолированных точек несчетно.
3. Доказать, что произведение двух секвенциально компактных пространств секвенциально компактно.
4. Доказать, что конус над натуральными числами не метризуемое пространство.
5. Доказать, что сепарабельное паракомпактное пространство финально компактно.
6. Доказать, что если X не одноточечное нормальное связное пространство, то $|X| \geq 2^\omega$.
7. Привести пример не метризуемого хаусдорфова пространства со второй аксиомой счетности.
8. Доказать, что квадрат канторова множества гомеоморфно канторовому множеству.
9. Доказать, что куб $[0, 1]^3$ является непрерывным образом отрезка.
10. Докажите, что любое счетное регулярное пространство нормально.
11. Пусть $D = \{z \in \mathbb{C} : |z| \leq 1\}$ есть диск. Пусть \sim есть отношение эквивалентности на D : для $u, v \in D$, $u \sim v$ если $u = v$ или $|u| = 1$ и $u = -v$. Доказать, что фактор пространство X/\sim гомеоморфно 2-х мерному проективному пространству.
12. Доказать, что метризуемое пространство X компактно в том и только том случае, если любая вещественная функция на X ограничена.
13. Доказать, что конус над любым пространством стягиваем.
14. Докажите, что вполне несвязное пространство является T_1 -пространством.
15. Пусть X пространства, $A, B \subset X$ замкнутые множества, множества $A \cap B$ и $A \cup B$ связны. Доказать, что множества A и B связны.
16. Докажите, что у гомотопически эквивалентных пространств совпадает число компонент связности.
17. Доказать, что если X бесконечное множество, то $|X| = |X \times \{0, 1\}|$.
18. Доказать, что любое подпространство прямой Зонгенфрея сепарабельно.
19. Доказать, что плоскость Немыцкого не нормальна.
20. Докажите, что не существует непрерывной биекции отрезка на квадрат.
21. Докажите, что произведение любого числа связных пространств связно.
22. Построить факторное отображение, которое не открытое и не замкнутое отображение.
23. Доказать, что если конус над пространством X метризуем, то X метризуемый компакт.
24. Докажите, что прямую можно непрерывно отобразить на плоскость.
25. Пусть X пространство и $Y \subset X$. Множество Y называется ретрактом X , если существует сюръективное непрерывное отображение $r : X \rightarrow Y$, такое что $r(a) = a$ для любого $a \in Y$ (отображение r называется ретракцией). Пусть $Y \subset X$ ретракт X и $x_0 \in Y$. Доказать, что $\pi_1(Y, x_0)$ вкладывается в $\pi_1(X, x_0)$. Вывести отсюда, что окружность не является ретрактом круга.
26. Привести пример T_1 -пространства X , такого что X содержит компактное не замкнутое подпространство.