24 ноября, л. 7, Теория игр.

Стратегия S для игрока $\gamma \in \{\alpha, \beta\}$ **оборонительная** если

$\forall \bar{z} \in Y^1 \qquad \bar{p} = S * \bar{z}$

тогда $G(Y, U; \bar{p})$ не благоприятна для противника γ.

$\gamma = \alpha \qquad \beta$ — противник γ

Если у β есть в. стр. в $G(Y, U)$ то у α НЕТ оборонит. страт.

Пример. $U = \{\bar{y}\} = Y \setminus \{\bar{y}\}$

любая стратегия у α оборонительная.

$$\begin{array}{ccccccc} (y_0, & y_1, & \ldots & , z_k^{\neq y}, & \ldots &) \\ \alpha & \beta & & k\alpha & & \end{array}$$

$\bar{y} = (y_0 \ldots, y_1 \ldots)$

$S - \alpha$: п. с. чем

Th.

1) Если $G(Y, U)$ небл. для β, то у α $\exists$ оборонит. страт.

2) Если $G(Y, U)$ небл. для α, то у β $\exists$ оборон. страт.

S. $(y_0, y_1, y_2, \ldots$
α β α

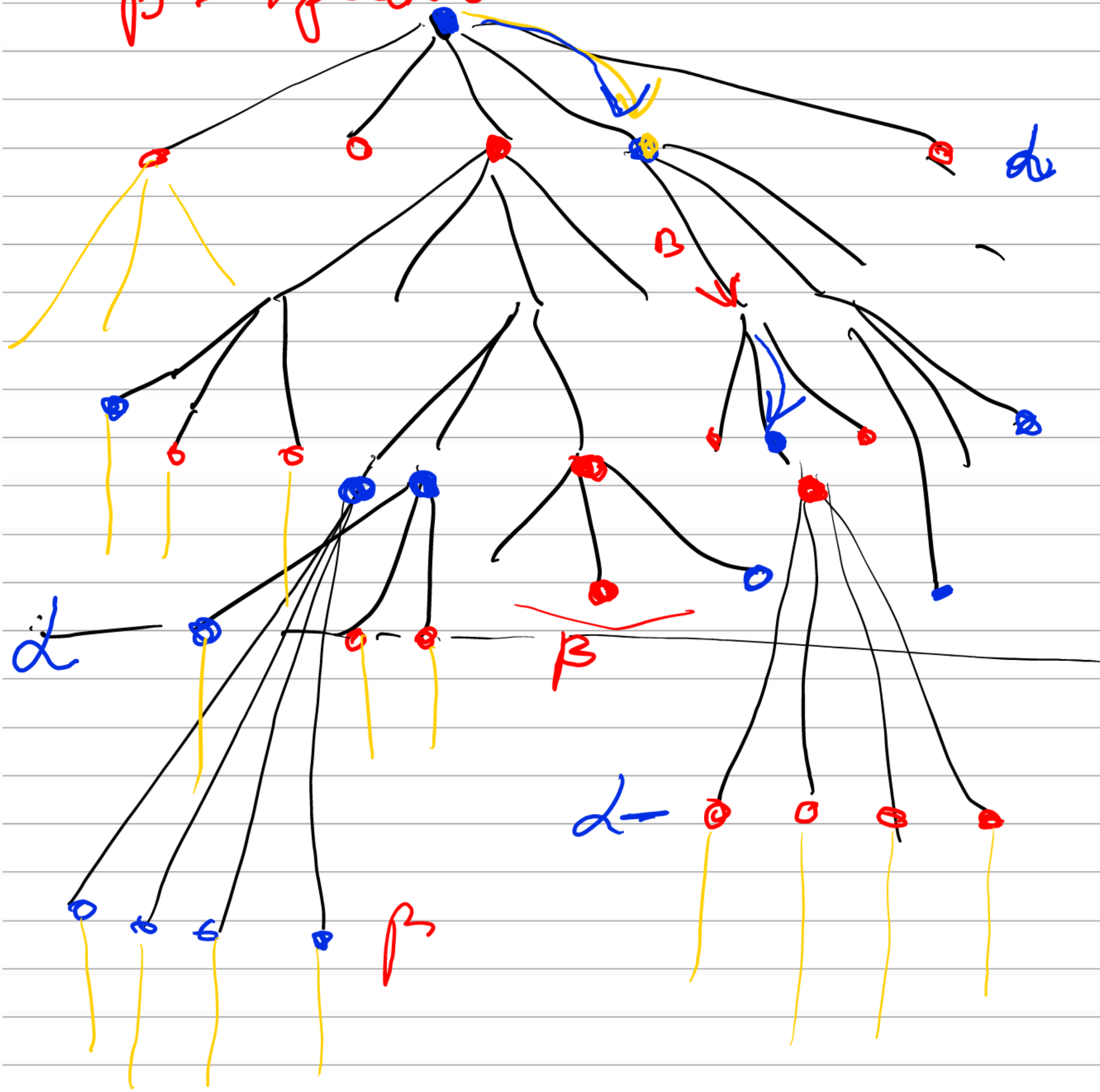
α| y_0 : $G(Y, U_{;(y_0)})$ не β-благопр.

α| y_2 : $G(Y, U, (y_0, y_1, y_2))$ не β-благопр.

. . . . . .

α – син

β – красн



Определение. $\mathcal{U} \subset Y^{\omega}$ —

— конечно решаемым (finitely decidable)

$\bar{x} = (x_0, \dots) \in \mathcal{U} \Rightarrow$

$\exists n: \ \bar{y} = (x_0, \dots, x_{n-1}) = \bar{x}|_n$,

т.е. если $\bar{z} \in Y^{\omega} \Rightarrow$

$\bar{y} \frown \bar{z} = (x_0, \dots x_{n-1}, z_0, z_1, \dots) \in \mathcal{U}$.

$G(Y, \mathcal{U})$

$(y_0, y_1, y_2, \dots$

$\alpha \quad \beta \quad \alpha \quad \dots$

Теорема. Если U, $Y^{\omega} \setminus U$ — конечно решаемы, то оборонительная стратегия для $\gamma \in \{\alpha, \beta\}$ будет выигрышной.

$\gamma = \alpha$. s — оборонительная стратегия для α.

g — некоторая страт. для β.

$\bar{p} = \pi^{\nu}(s, g)$. Докажем, что $\bar{p} \in U$. Предположим противное. Т.е. $\bar{p} \in Y^{\omega} \setminus U = U^c$.

Так как $U^c = Y^{\omega} \setminus U$ — конечно решаемое, то $\exists\, n$

$G(Y, U; \bar{p}|_{2n})$ — β-благоприятна

$\rightarrow$ Неверно, что $G(Y, U; p|)$ — β-неблагоприятно. ∎

Теорема (1) U — конечно решаемо множество, но тогда любая оборонительная стратегия для β является выигрышной

(2) $Y^{\omega} \setminus U$ — конечно решаемо $\Rightarrow \forall$ оборонит. страт., для α является выигрышной

Мы доказали (2).

S — обор. страт. для α, $Y^{\omega} \setminus U$ — конечно решаемое, но тогда S — выигрышная для α.

Следствие (теорема Gale - Steward, 1953).

Если $U \subseteq Y^\omega$, U конечно решаемое, то тогда игра $G(Y, U)$ детерминированная.

$Y^\omega \setminus U$ — конечно решаемо.

(1) β - благоприятна,

(2) β - неблагоприятна $\Rightarrow$

$\exists$ оборонительная стратегия для α $\longrightarrow$ Л(2) $\Rightarrow$

S - выигрышная для α,

α - благоприятна. $\blacksquare$