

## ВОПРОСЫ КОЛЛОКВИУМА

1. Определение линейного пространства. Примеры, основные свойства.
2. Линейная зависимость векторов.
3. Полная система векторов. Основная лемма о линейной зависимости.
4. Базисы и размерность. Дополнение линейно независимой системы векторов до базиса.
5. Координаты. Переход от одного базиса к другому.
6. Подпространства линейного пространства. Операции над ними.
7. Связь размерностей суммы и пересечения подпространств.
8. Прямая сумма подпространств.
9. Линейные отображения. Изоморфизмы, эпиморфизмы и мономорфизмы.
10. Связь размерностей ядра и образа линейных отображений.
11. Линейное подмножество. Фактор-пространства.
12. Определение и простейшие свойства сопряженного пространства. Сопряженный базис.
13. Матрица перехода сопряженных базисов.
14. Второе сопряженное пространство. Его канонический изоморфизм исходному линейному пространству.
15. Аннуляторы. Системы однородных линейных уравнений.
16. Матрица линейного оператора.
17. Алгебра линейных операторов и алгебра матриц.
18. Инвариантные подпространства. Прямая сумма операторов. Приводимые операторы.
19. Собственные векторы и собственные значения. Спектр оператора. Линейная независимость собственных векторов.
20. Диагонализуемые операторы.
21. Характеристический многочлен оператора. Алгебраическая и геометрическая кратности его корней.

22. Комплексификация пространств и операторов. Существование двумерного инвариантного подпространства у оператора в вещественном линейном пространстве.
23. Нильпотентные операторы. Циклический оператор.
24. Фактор-оператор. Характеристический многочлен нильпотентного оператора.
25. Разложение вырожденного оператора в прямую сумму нильпотентного и невырожденного.
26. Корневые подпространства. Разложение линейного оператора в прямую сумму его ограничений на корневые подпространства.
27. Существование жорданова базиса нильпотентного оператора.
28. Единственность жордановой формы нильпотентного оператора.
29. Существование жорданова базиса для произвольного оператора.
30. Многочлены от линейного оператора. Минимальный многочлен. Теорема Гамильтона–Кэли.