

ПРОГРАММА КУРСА “ВВЕДЕНИЕ В ТОПОЛОГИЮ”.

Осенний семестр 2018/2019 учебного года. Лектор проф. К.Л.Козлов

1. Упорядочение, линейное упорядочение, вполне упорядочение. Аксиома выбора. Лемма Куратовского–Цорна. Теорема Цермело.
2. Декартово произведение семейства множеств.
3. Мощность множества. Равномощность множеств. Неравномощность множества и семейства его подмножеств. Теорема Кантора–Бернштейна о равномощных множествах. Сравнение мощностей.
4. Топологические пространства. Сравнение топологий. Подпространство. База топологии. Предбаза топологии. Примеры топологий на прямой.
5. Метрические пространства. Топология метрического пространства.
6. Топология линейного порядка.
7. Замыкание, внутренность и граница подмножества. Точки прикосновения, внутренние, граничные и предельные точки подмножества.
8. Непрерывные отображения топологических пространств. Критерий непрерывности отображений. Правила построения непрерывных отображений. Непрерывные отображения метрических пространств.
9. Гомеоморфизм. Примеры гомеоморфных пространств.
10. Слабая (инициальная) топология относительно семейства отображений. Критерий инициальности топологии.
11. Тихоновская топология произведения. Произведение отображений, его непрерывность. Диагональное произведение отображений, его непрерывность.
12. Финальная топология относительно семейства отображений. Критерий финальности топологии.
13. Сумма пространств и суммы отображений. Их непрерывность.
14. Факторпространства и факторные отображения. Примеры.
15. Канторово совершенное множество. Кривая Пеано.
16. Аксиомы счетности. Сепарабельность. Сохранение аксиом счетности и сепарабельности произведениями. Равносильность сепарабельности выполнению второй аксиомы счетности для метризуемых пространств.
17. Аксиомы отделимости. Хаусдорфовость, регулярность, нормальность. Сохранение аксиом отделимости произведениями. Нормальность метризуемого пространства.
18. Лемма Урысона.
19. Теорема Брауэра–Титце–Урысона о продолжении функций.
20. Пример регулярно не нормального пространства.
21. Тихоновские пространства. Вложение тихоновского пространства в тихоновский куб.

22. Метризуемые пространства. Метризуемость суммы и счетного произведения метризуемых пространств.
23. Метризация теорема Урысона.
24. Компактные пространства. Нормальность хаусдорфова компактного пространства. Непрерывная биекция компактного пространства на хаусдорфово пространство — гомеоморфизм.
25. Лемма Александра. Первая Теорема Тихонова о компактности произведения компактных пространств. Критерий компактности подмножеств \mathbb{R}^n .
26. Компактификация пространства. Стоун-Чеховская компактификация.
27. Локальная компактность. Критерий локальной компактности пространства. Одноточечная компактификация Александра.
28. Метризуемые компактные пространства. Условия компактности метризуемых пространств (секвенциальная компактность, псевдокомпактность).
29. Полные метрические пространства. Примеры. Теорема Бэра о категории.
30. Вполне ограниченные метрические пространства. Примеры. Критерий компактности подмножеств (полных) метрических пространств.
31. Равномерная метрика на произведении, ее полнота. Топология равномерной сходимости. Подмножества ограниченных и непрерывных отображений.
32. Компактно-открытая топология на $C(X, Y)$. Ее связь с топологиями поточечной сходимости и равномерной сходимости.
33. Связь отображений $X \times Y \rightarrow Z$ и $X \rightarrow C(Y, Z)$.
34. Связность. Свойства связности.
35. Компонента связности. Квазикомпонента. Их совпадение в хаусдорфовых компактных пространствах.
36. Вполне несвязные пространства. Нульмерность. Совпадение свойств вполне несвязности и нульмерности хаусдорфовых компактных пространств.
37. Линейная связность. Свойства линейной связности. Пример связного не линейно связного пространства. Путь. Умножение путей. Петля.
38. Гомотопия непрерывного отображения. Гомотопические классы отображений. Связанные гомотопии.
39. Гомотопическая эквивалентность топологических пространств. Гомотопические типы пространств. Стягиваемые пространства.
40. Гомотопность путей. Фундаментальная группа.
41. Изоморфизм, порождаемый путем. Зависимость фундаментальной группы от отмеченной точки. Односвязность.
42. Индуцированный гомоморфизм. Теорема Брауэра о неподвижной точке.
43. Накрытия. Поднятие отображения. Теорема о накрывающем пути. Теорема о накрывающей гомотопии.
44. Отображение поднятия. Фундаментальная группа окружности.