

## ВОПРОСЫ ПО АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ

Лектор — проф Садовничий Ю.В., 2020 г.

1. Определение вектора. Сложение векторов, умножение вектора на число, свойства этих операций.
2. Векторы на прямой. Лемма Шаля.
3. Линейная зависимость векторов. Свойства линейной зависимости.
4. Коллинеарность и компланарность векторов. Геометрический смысл линейной зависимости.
5. Базисы и координаты. Геометрическое описание координат векторов.
6. Определение скалярного произведения векторов и его свойства. Неравенство Коши-Буняковского.
7. Метрические коэффициенты базиса. Скалярное произведение в координатах.
8. Аффинные координаты. Деление отрезка в данном отношении. Прямоугольные координаты.
9. Полярные координаты на плоскости. Сферические и цилиндрические координаты в пространстве. Их связь с прямоугольными координатами.
10. Переход от одного базиса к другому. Переход от одной аффинной системы координат к другой.
11. Определение ортогональной матрицы. Преобразование прямоугольных координат.
12. Ортогональные матрицы второго порядка. Преобразование прямоугольных координат на плоскости.
13. Ориентация прямой, плоскости и пространства.
14. Определение и свойства ориентированной площади и ориентированного объема.
15. Векторное и смешанное произведение векторов, их свойства. Векторное произведение в прямоугольных координатах.
16. Векторные уравнения прямой и плоскости. Вычисление расстояний, если прямая и плоскость заданы векторными уравнениями.
17. Уравнение прямой линии на плоскости.
18. Взаимное расположение прямых на плоскости. Полуплоскости.
19. Прямая линия на плоскости с прямоугольной системой координат. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой.
20. Уравнение плоскости.
21. Взаимное расположение двух плоскостей. Полупространства.
22. Прямая в пространстве. Различные способы задания прямой.

23. Прямая и плоскость в пространстве с прямоугольной системой координат. Угол между плоскостями, угол между прямой и плоскостью. Расстояние от точки до плоскости.
24. Алгебраические линии на плоскости. Квадратичные функции и их матрицы.
25. Ортогональные инварианты квадратичных функций.
26. Преобразование уравнения линии второго порядка при повороте осей координат.
27. Приведение уравнения линии второго порядка к каноническому виду.
28. Определение уравнения линии второго порядка по ортогональным инвариантам.
29. Директориальное свойство эллипса, гиперболы и параболы.
30. Фокальное свойство эллипса и гиперболы.
31. Кривые второго порядка в полярных координатах. Фокальный параметр.
32. Пересечение линии второго порядка с прямой. Асимптотические направления.
33. Теоремы единственности для линий второго порядка.
34. Центры линий второго порядка.
35. Асимптоты линий второго порядка. Уравнение гиперболы в асимптотах.
36. Сопряженные диаметры и сопряженные направления линий второго порядка.
37. Касательные к линиям второго порядка.
38. Оптическое свойство эллипса, гиперболы и параболы.
39. Главные направления и главные диаметры линий второго порядка.
40. Оси симметрии. Вывод уравнения оси параболы.
41. Определение и свойства аффинных преобразований.
42. Аналитическая запись аффинных преобразований.
43. Аффинная классификация линий второго порядка.
44. Определение и свойства изометрических преобразований.
45. Классификация движений плоскости.
46. Поверхности второго порядка и матрицы квадратичных функций.
47. Основная теорема о поверхностях второго порядка (без доказательства).
48. Эллипсоид, его плоские сечения.
49. Двуполостный гиперболоид, его плоские сечения.
50. Однополостный гиперболоид, его плоские сечения.
51. Прямолинейные образующие однополостного гиперболоида.
52. Конические сечения.

53. Эллиптический параболоид, его плоские сечения.
54. Гиперболический параболоид, его плоские сечения и прямолинейные образующие.
55. Цилиндрические поверхности.
56. Аффинная классификация поверхностей второго порядка.
57. Модели проективной плоскости: пополненная плоскость, связка, их изоморфизм.
58. Однородные координаты на проективной плоскости.
59. Арифметическая модель проективной плоскости. Принцип двойственности.
60. Теорема Дезарга.