

# Программа курса «АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ»

2020/21 учебный год, 1 курс, 2 поток, осенний семестр

лектор — доц. Якивчик А.Н.

1. Определение вектора. Операции сложения векторов и умножения вектора на число, их свойства.
2. Линейная зависимость векторов. Её геометрический смысл.
3. Векторы на прямой. Ось. Алгебраическое значение вектора. Лемма Шаля.
4. Базисы и координаты векторов. Линейные отображения и линейные функции. Проекция векторов.
5. Переход от одного базиса к другому. Преобразование координат векторов.
6. Аффинная система координат. Переход к новой аффинной системе координат.
7. Деление отрезка в данном отношении. Центр масс. Барицентрические координаты.
8. Скалярное произведение векторов и его свойства. Неравенство Коши–Буняковского.
9. Скалярное произведение в координатах. Метрические коэффициенты базиса.
10. Ортонормированный базис. Прямоугольная система координат. Длина вектора. Направляющие косинусы.
11. Преобразование прямоугольных координат. Ортогональные матрицы.
12. Ориентация прямой, плоскости, пространства.
13. Ориентированная площадь параллелограмма и её свойства. Выражение ориентированной площади в координатах.
14. Угол от вектора до вектора на ориентированной плоскости. Поворот. Ортогональные матрицы 2-го порядка.
15. Полярная система координат на плоскости. Связь с декартовыми (прямоугольными) координатами.
16. Ориентированный объём параллелепипеда и его свойства.
17. Векторное и смешанное произведение, их свойства.
18. Векторное и смешанное произведение в прямоугольных координатах.
19. Цилиндрические и сферические координаты в пространстве. Связь с прямоугольными координатами.
20. Векторные уравнения прямой и плоскости. Взаимное расположение двух прямых, двух плоскостей, прямой и плоскости.
21. Расстояние между параллельными прямыми, параллельными плоскостями, скрещивающимися прямыми.
22. Уравнения прямой на плоскости. Линии первого порядка. Полуплоскости.
23. Взаимное расположение трёх прямых. Пучок прямых.
24. Уравнения плоскости. Поверхности первого порядка. Полупространства.
25. Взаимное расположение двух плоскостей. Прямая как линия пересечения двух плоскостей, её направляющий вектор.
26. Взаимное расположение трёх плоскостей. Пучок плоскостей.
27. Прямая на плоскости с прямоугольной системой координат. Нормальное уравнение. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между параллельными прямыми.
28. Плоскость в пространстве с прямоугольной системой координат, её нормальное уравнение. Расстояние от точки до плоскости, между параллельными плоскостями.

29. Угол между прямыми. Угол от прямой до прямой на ориентированной плоскости.
30. Угол между плоскостями. Угол между прямой и плоскостью.
31. Линии второго порядка, их матрицы. Преобразование уравнения линии при переходе к новой системе координат.
32. Ортогональные инварианты линий второго порядка.
33. Преобразование уравнения линии при повороте осей координат. Семиинвариант.
34. Приведение уравнения линии второго порядка к каноническому виду.
35. Определение канонического уравнения линии второго порядка по ортогональным инвариантам.
36. Директориальное свойство, эллипса, гиперболы и параболы.
37. Фокальное свойство эллипса и гиперболы.
38. Эллипс, гипербола и парабола в полярных координатах. Фокальный параметр.
39. Пересечение линии второго порядка с прямой. Асимптотические направления.
40. Центры линий второго порядка. Диаметры.
41. Асимптоты линий второго порядка. Уравнение гиперболы в асимптотах.
42. Сопряжённые направления и сопряжённые диаметры. Особое направление.
43. Касательные к линиям второго порядка.
44. Главные направления и главные диаметры линий второго порядка.
45. Теорема единственности для линий второго порядка.
46. Определение и свойства аффинных преобразований.
47. Аналитическая запись аффинных преобразований.
48. Изометрические преобразования (движения).
49. Классификация движений плоскости.
50. Аффинная классификация линий второго порядка.
51. Поверхности второго порядка, их матрицы. Характеристический многочлен.
52. Канонические уравнения поверхностей второго порядка.
53. Пересечение поверхности второго порядка с прямой. Асимптотические направления. Прямолинейные образующие.
54. Плоские сечения поверхностей второго порядка. Конические сечения.
55. Центры поверхностей второго порядка. Диаметральная плоскость. Диаметр.
56. Сопряжённые направления. Особое направление. Цилиндрические поверхности.
57. Плоские сечения и прямолинейные образующие однополостного гиперboloида.
58. Плоские сечения и прямолинейные образующие гиперболического параболоида.
59. Проективная плоскость. Связка и пополненная плоскость.
60. Однородные координаты. Арифметическая модель проективной плоскости.
61. Принцип двойственности. Теорема Дезарга.
62. Проективные системы координат. Проективные преобразования.
63. Линии второго порядка в однородных координатах. Проективная классификация линий второго порядка.
64. Проективно-аффинные преобразования. Проективно-аффинная классификация линий второго порядка.