Самостоятельная (1) 21.02.2021, N 2

2025-2026, линейная алгебра, 101 группа, Ананьев Максим Александрович

1. Даны вектора $\overrightarrow{v}_1 = (5,3,8,1,0)$, $\overrightarrow{v}_2 = (5,3,8,1,0)$, $\overrightarrow{v}_3 = (-1,19,1,-5,-5)$, $\overrightarrow{v}_4 = (2,1,3,0,0)$, $\overrightarrow{v}_5 = (0,0,0,0,0)$, $\overrightarrow{v}_6 = (-5,16,-6,-7,-5)$. Найти 1) найти максимальную линейно независимую систему векторов; 2) выразить через эти вектора остальные вектора.

2. Пусть $\overrightarrow{v}_1 = (0,1,-4,0)$, $\overrightarrow{v}_2 = (0,-2,9,0)$, $\overrightarrow{v}_3 = (12,3,-2,4)$, $\overrightarrow{u}_1 = (0,6,-25,0)$, $\overrightarrow{u}_2 = (1,0,-2,0)$, $\overrightarrow{u}_3 = (13,3,-4,4)$. Положим $V =< \overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_3 >$ и $U =< \overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2, \overrightarrow{u}_3 >$. Найти базис в $V + U$ и $V \cap U$.

3. Пусть $\overrightarrow{v}_1 = (-1,0,-2,1,0)$, $\overrightarrow{v}_2 = (2,0,4,-2,1)$, $\overrightarrow{v}_3 = (-7,0,-14,7,-2)$, $\overrightarrow{v}_4 = (-6,0,-12,6,-1)$, $\overrightarrow{u}_1 = (4,0,8,0,3)$, $\overrightarrow{u}_2 = (1,-1,3,0,0)$, $\overrightarrow{u}_3 = (5,-1,11,0,3)$, $\overrightarrow{u}_4 = (5,-1,11,0,3)$. Положим $V =< \overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_3, \overrightarrow{v}_4 >$ и $U =< \overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2, \overrightarrow{u}_3, \overrightarrow{u}_4 >$. Найти $\dim U$, $\dim V$, $\dim V + U$ и $\dim V \cap U$.

4. Пусть $V = \mathbb{R}_3[x]$. Определим $f_1, f_2, f_3, f_4 \in V^*$. Для $g \in V$ положим

$$f_1(g) = g(-1), \qquad f_2(g) = g'(2),$$
$$f_3(g) = g''(4), \qquad f_4(g) = 3\int_{-1}^{1} g(x)\,\mathrm{d}x.$$

Если f_1, f_2, f_3, f_4 образуют базис в V^*, найти в V взаимный базис.

Самостоятельная (2) 02.03.2026, N 2

2025-2026, линейная алгебра, 101 группа, Ананьев Максим Александрович

1.

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & -6 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A_3^2 = 0 \quad A_3^3 = 0 \quad A_3^4 = 0$$

$$A_4 = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 0 & 1 \\ 4 & -2 & 1 & 0 \\ -8 & 16 & 2 & -4 \\ 4 & 11 & 5 & -4 \end{pmatrix} \quad A_4^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 & 0 \\ 4 & -6 & 1 & 0 \end{pmatrix} A_4^3 = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -16 & 8 & -4 & 0 \\ -16 & 8 & -4 & 0 \end{pmatrix} \quad A_4^4 = 0$$

$$A_5 = \begin{pmatrix} -4 & -4 & 0 & 4 & -16 \\ 4 & 4 & 1 & -4 & 16 \\ -2 & -1 & 1 & 1 & -8 \\ 6 & 5 & 0 & -5 & 24 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & 4 \end{pmatrix} \quad A_5^2 = \begin{pmatrix} 8 & 4 & -4 & -4 & 32 \\ -10 & -5 & 5 & 5 & -40 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -10 & -5 & 5 & 5 & -40 \\ -2 & -1 & 1 & 1 & -8 \end{pmatrix} \quad A_5^3 = 0$$

$\operatorname{rank} A_5 = 3$.

Разложить A_1,A_2,A_3,A_4,A_5 в прямую сумму циклических операторов, найти жорданову форму и базис.

Самостоятельная (2) 02.03.2026, N 12

2025-2026, линейная алгебра, 101 группа, Мигиров Алон Илькинович

1.

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A_3^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A_3^3 = 0 \quad A_3^4 = 0$$

$$A_4 = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 & 1 \\ 9 & 0 & 0 & -3 \\ 12 & 1 & 0 & -3 \\ -9 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad A_4^2 = 0 A_4^3 = 0 \quad A_4^4 = 0$$

$$A_5 = \begin{pmatrix} 3 & -8 & -7 & 8 & 3 \\ 4 & -11 & -8 & 11 & 4 \\ 1 & -3 & -2 & 3 & 1 \\ 3 & -8 & -6 & 8 & 3 \\ 2 & -7 & -3 & 7 & 2 \end{pmatrix} \quad A_5^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A_5^3 = 0$$

$\operatorname{rank} A_5 = 3$.

Разложить A_1,A_2,A_3,A_4,A_5 в прямую сумму циклических операторов, найти жорданову форму и базис.

Самостоятельная (2) 02.03.2026, N 14

2025-2026, линейная алгебра, 101 группа, Селиванова Софья Артёмовна

1.

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A_3^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A_3^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A_3^4 = 0$$

$$A_4 = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & -3 \\ -1 & 1 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & -3 & -9 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad A_4^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} A_4^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A_4^4 = 0$$

$$A_5 = \begin{pmatrix} -4 & 9 & 2 & 17 & -4 \\ -2 & 4 & 1 & 8 & -2 \\ 8 & -16 & -4 & -30 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & -9 & -2 & -16 & 4 \end{pmatrix} \quad A_5^2 = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 1 & 8 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -4 & -1 & -8 & 2 \end{pmatrix} \quad A_5^3 = 0$$

$\operatorname{rank} A_5 = 3$.

Разложить A_1,A_2,A_3,A_4,A_5 в прямую сумму циклических операторов, найти жорданову форму и базис.

Самостоятельная (2) 02.03.2026, N 16

2025-2026, линейная алгебра, 101 группа, Силаева Дарья Антоновна

1.

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A_3^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A_3^3 = 0 \quad A_3^4 = 0$$

$$A_4 = \begin{pmatrix} -8 & -24 & -5 & 1 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 5 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -25 & 5 \end{pmatrix} \quad A_4^2 = \begin{pmatrix} 15 & 45 & 15 & -3 \\ -5 & -15 & -5 & 1 \\ -24 & -72 & -25 & 5 \\ -120 & -360 & -125 & 25 \end{pmatrix} A_4^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -5 & -15 & -5 & 1 \\ -25 & -75 & -25 & 5 \end{pmatrix} \quad A_4^4 = 0$$

$$A_5 = \begin{pmatrix} 9 & -3 & 1 & 3 & -18 \\ 1 & -3 & 0 & 3 & -1 \\ -6 & 9 & -3 & -9 & 12 \\ 0 & -3 & 0 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & -6 \end{pmatrix} \quad A_5^2 = \begin{pmatrix} 18 & -18 & 6 & 18 & -36 \\ 3 & -3 & 1 & 3 & -6 \\ 9 & -9 & 3 & 9 & -18 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 9 & -9 & 3 & 9 & -18 \end{pmatrix} \quad A_5^3 = 0$$

$\operatorname{rank} A_5 = 3$.

Разложить A_1,A_2,A_3,A_4,A_5 в прямую сумму циклических операторов, найти жорданову форму и базис.

Самостоятельная (3) 07.03.2026, N 2

2025-2026, линейная алгебра, 101 группа, Ананьев Максим Александрович

1. Разложить на невырожденный и нильпотентный операторы, нильпотентное ядре разложить в прямую сумму циклических операторов.

1.
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\operatorname{rank} A = 1$, $\operatorname{rank} A^2 = 1$

2.
$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} \quad A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\operatorname{rank} A = 1$, $\operatorname{rank} A^2 = 0$

3.
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 6 & 6 \\ 0 & -2 & -2 \\ 0 & 4 & 4 \end{pmatrix} \quad A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 12 & 12 \\ 0 & -4 & -4 \\ 0 & 8 & 8 \end{pmatrix}$$

$\operatorname{rank} A = 1$, $\operatorname{rank} A^2 = 1$

4.
$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 6 \\ 2 & -1 & 7 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A^2 = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 2 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A^3 = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 2 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\operatorname{rank} A = 2$, $\operatorname{rank} A^2 = 1$, $\operatorname{rank} A^3 = 1$

5.
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & -4 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 4 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -4 & -4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\operatorname{rank} A = 2$, $\operatorname{rank} A^2 = 1$, $\operatorname{rank} A^3 = 1$

Самостоятельная (3) 07.03.2026, N 12

2025-2026, линейная алгебра, 101 группа, Мигиров Алон Илькинович

1. Разложить на невырожденный и нильпотентный операторы, нильпотентное ядре разложить в прямую сумму циклических операторов.

1.

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 10 \\ -3 & -5 \end{pmatrix} \quad A^2 = \begin{pmatrix} 6 & 10 \\ -3 & -5 \end{pmatrix}$$

$\operatorname{rank} A = 1$, $\operatorname{rank} A^2 = 1$

2.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \quad A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\operatorname{rank} A = 1$, $\operatorname{rank} A^2 = 0$

3.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix} \quad A^2 = \begin{pmatrix} 0 & -4 & -4 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

$\operatorname{rank} A = 1$, $\operatorname{rank} A^2 = 1$

4.

$$A = \begin{pmatrix} -7 & 24 & 68 \\ -5 & 16 & 44 \\ 1 & -3 & -8 \end{pmatrix} \quad A^2 = \begin{pmatrix} -3 & 12 & 36 \\ -1 & 4 & 12 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A^3 = \begin{pmatrix} -3 & 12 & 36 \\ -1 & 4 & 12 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\operatorname{rank} A = 2$, $\operatorname{rank} A^2 = 1$, $\operatorname{rank} A^3 = 1$

5.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & -1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\operatorname{rank} A = 2$, $\operatorname{rank} A^2 = 1$, $\operatorname{rank} A^3 = 1$

Самостоятельная (3) 07.03.2026, N 14

2025-2026, линейная алгебра, 101 группа, Селиванова Софья Артёмовна

1. Разложить на невырожденный и нильпотентный операторы, нильпотентное ядре разложить в прямую сумму циклических операторов.

1.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad A^2 = \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$\operatorname{rank} A = 1$, $\operatorname{rank} A^2 = 1$

2.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\operatorname{rank} A = 1$, $\operatorname{rank} A^2 = 0$

3.

$$A = \begin{pmatrix} 10 & -10 & -50 \\ 8 & -8 & -40 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A^2 = \begin{pmatrix} 20 & -20 & -100 \\ 16 & -16 & -80 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\operatorname{rank} A = 1$, $\operatorname{rank} A^2 = 1$

4.

$$A = \begin{pmatrix} 8 & -64 & 0 \\ 1 & -8 & 0 \\ 2 & -18 & 1 \end{pmatrix} \quad A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \quad A^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$\operatorname{rank} A = 2$, $\operatorname{rank} A^2 = 1$, $\operatorname{rank} A^3 = 1$

5.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -5 & 0 & 0 \\ 4 & -20 & 3 & -1 \end{pmatrix} \quad A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 5 & -3 & 1 \end{pmatrix} \quad A^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -5 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$\operatorname{rank} A = 2$, $\operatorname{rank} A^2 = 1$, $\operatorname{rank} A^3 = 1$

Самостоятельная (3) 07.03.2026, N 22

2025-2026, линейная алгебра, 101 группа, Карелов Артем Дмитриевич

1. Разложить на невырожденный и нильпотентный операторы, нильпотентное ядре разложить в прямую сумму циклических операторов.

1.

$$A = \begin{pmatrix} -15 & 80 \\ -3 & 16 \end{pmatrix} \quad A^2 = \begin{pmatrix} -15 & 80 \\ -3 & 16 \end{pmatrix}$$

$\operatorname{rank} A = 1$, $\operatorname{rank} A^2 = 1$

2.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\operatorname{rank} A = 1$, $\operatorname{rank} A^2 = 0$

3.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 4 \\ -16 & 16 & 32 \\ 6 & -6 & -12 \end{pmatrix} \quad A^2 = \begin{pmatrix} -4 & 4 & 8 \\ -32 & 32 & 64 \\ 12 & -12 & -24 \end{pmatrix}$$

$\operatorname{rank} A = 1$, $\operatorname{rank} A^2 = 1$

4.

$$A = \begin{pmatrix} 21 & 4 & -20 \\ -36 & -6 & 36 \\ 15 & 3 & -14 \end{pmatrix} \quad A^2 = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 4 \end{pmatrix} \quad A^3 = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$\operatorname{rank} A = 2$, $\operatorname{rank} A^2 = 1$, $\operatorname{rank} A^3 = 1$

5.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -5 & 0 \\ -3 & 3 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 9 & -9 & -2 & -3 \end{pmatrix} \quad A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad A^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$\operatorname{rank} A = 2$, $\operatorname{rank} A^2 = 1$, $\operatorname{rank} A^3 = 1$

Самостоятельная (4) 07.03.2026, N 2

2025-2026, линейная алгебра, 101 группа, Ананьев Максим Александрович

1. Для операторов, заданных матрицами найти жорданов базис и жорданову форму.

1. Характеристический многочлен A: $(-4-\lambda)^2(1-\lambda)$

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 10 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix} \ A_{-4} = \begin{pmatrix} 0 & 10 & 1 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \ A_{-4}^2 = \begin{pmatrix} 0 & 50 & 0 \\ 0 & 25 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \ A_1 = \begin{pmatrix} -5 & 10 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -5 \end{pmatrix}$$

2. Характеристический многочлен A: $(-1-\lambda)^2(1-\lambda)$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 9 & -4 & 0 \\ -35 & 15 & 1 \end{pmatrix} \ A_{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 9 & -3 & 0 \\ -35 & 15 & 2 \end{pmatrix} \ A_{-1}^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -40 & 20 & 4 \end{pmatrix} \ A_1 = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 9 & -5 & 0 \\ -35 & 15 & 0 \end{pmatrix}$$

3. Характеристический многочлен A: $(2-\lambda)^3(-2-\lambda)$

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \ A_{-2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \ A_{-2}^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 16 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 16 \end{pmatrix}$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \ A_2^2 = \begin{pmatrix} 16 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \ A_2^3 = \begin{pmatrix} -64 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

4. Характеристический многочлен A: $(4-\lambda)^2(3-\lambda)^2$

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 0 & 0 \\ -16 & -1 & 0 & 0 \\ 37 & 7 & 7 & -9 \\ 7 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \ A_3 = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 & 0 \\ -16 & -4 & 0 & 0 \\ 37 & 7 & 4 & -9 \\ 7 & 1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \ A_3^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 121 & 28 & 7 & -18 \\ 35 & 8 & 2 & -5 \end{pmatrix}$$

$$A_4 = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 0 \\ -16 & -5 & 0 & 0 \\ 37 & 7 & 3 & -9 \\ 7 & 1 & 1 & -3 \end{pmatrix} \ A_4^2 = \begin{pmatrix} -7 & -2 & 0 & 0 \\ 32 & 9 & 0 & 0 \\ 47 & 14 & 0 & 0 \\ 21 & 6 & 0 & 0 \end{pmatrix} \ A_4^3 = \begin{pmatrix} 11 & 3 & 0 & 0 \\ -48 & -13 & 0 & 0 \\ -83 & -23 & 0 & 0 \\ -33 & -9 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Самостоятельная (4) 07.03.2026, N 12

2025-2026, линейная алгебра, 101 группа, Мигиров Алон Илькинович

1. Для операторов, заданных матрицами найти жорданов базис и жорданову форму.

1. Характеристический многочлен A: $(4-\lambda)^2(-2-\lambda)$

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 18 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \quad A_4 = \begin{pmatrix} -6 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A_4^2 = \begin{pmatrix} 36 & -108 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A_{-2} = \begin{pmatrix} 0 & 18 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

2. Характеристический многочлен A: $(4-\lambda)^2(-1-\lambda)$

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 1 \\ -25 & -1 & 0 \\ 21 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad A_4 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -25 & -5 & 0 \\ 21 & 3 & -2 \end{pmatrix} \quad A_4^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 75 & 0 & -25 \\ -75 & 0 & 25 \end{pmatrix} \quad A_{-1} = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 1 \\ -25 & 0 & 0 \\ 21 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

3. Характеристический многочлен A: $(-4-\lambda)^2(2-\lambda)^2$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -6 & -29 & 1 \\ 0 & -4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad A_2 = \begin{pmatrix} 0 & -6 & -29 & 1 \\ 0 & -6 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A_2^2 = \begin{pmatrix} 0 & 36 & 168 & 0 \\ 0 & 36 & -12 & 0 \\ 0 & 0 & 36 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A_{-4} = \begin{pmatrix} 6 & -6 & -29 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \end{pmatrix} \quad A_{-4}^2 = \begin{pmatrix} 36 & -36 & -180 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 36 \end{pmatrix} \quad A_{-4}^3 = \begin{pmatrix} 216 & -216 & -1080 & 108 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 216 \end{pmatrix}$$

4. Характеристический многочлен A: $(-1-\lambda)^2(-4-\lambda)^2$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 9 & -4 & 0 & 0 \\ -10 & 13 & -4 & -3 \\ 37 & -12 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad A_{-4} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 9 & 0 & 0 & 0 \\ -10 & 13 & 0 & -3 \\ 37 & -12 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad A_{-4}^2 = \begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 & 0 \\ 27 & 0 & 0 & 0 \\ -24 & 36 & 0 & -9 \\ 114 & -36 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

$$A_{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 9 & -3 & 0 & 0 \\ -10 & 13 & -3 & -3 \\ 37 & -12 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A_{-1}^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -27 & 9 & 0 & 0 \\ 36 & -42 & 9 & 9 \\ -108 & 36 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad A_{-1}^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 81 & -27 & 0 & 0 \\ -135 & 135 & -27 & -27 \\ 324 & -108 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Самостоятельная (4) 07.03.2026, N 14

2025-2026, линейная алгебра, 101 группа, Селиванова Софья Артёмовна

1. Для операторов, заданных матрицами найти жорданов базис и жорданову форму.

1. Характеристический многочлен A: $(-1-\lambda)^2(-4-\lambda)$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & -6 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix} \; A_{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -6 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} \; A_{-1}^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 18 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix} \; A_{-4} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 0 & 3 & -6 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2. Характеристический многочлен A: $(-2-\lambda)^2(2-\lambda)$

$$A = \begin{pmatrix} -22 & 40 & 40 \\ -4 & 6 & 8 \\ -8 & 16 & 14 \end{pmatrix} \; A_{-2} = \begin{pmatrix} -20 & 40 & 40 \\ -4 & 8 & 8 \\ -8 & 16 & 16 \end{pmatrix} \; A_{-2}^2 = \begin{pmatrix} -80 & 160 & 160 \\ -16 & 32 & 32 \\ -32 & 64 & 64 \end{pmatrix} \; A_2 = \begin{pmatrix} -24 & 40 & 40 \\ -4 & 4 & 8 \\ -8 & 16 & 12 \end{pmatrix}$$

3. Характеристический многочлен A: $(1-\lambda)^2(3-\lambda)^2$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \; A_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \; A_3^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$A_1 = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \; A_1^2 = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \; A_1^3 = \begin{pmatrix} 8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

4. Характеристический многочлен A: $(2-\lambda)^3(4-\lambda)$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -6 & 8 & 3 \\ 1 & -10 & 12 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \; A_4 = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -10 & 8 & 3 \\ 1 & -10 & 8 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \; A_4^2 = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ -4 & 20 & -16 & -12 \\ -4 & 20 & -16 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -8 & 8 & 3 \\ 1 & -10 & 10 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \; A_2^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -16 & 16 & 0 \\ 0 & -20 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \; A_2^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -32 & 32 & 0 \\ 0 & -40 & 40 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Самостоятельная (5) 16.03.2024, N 12

2025-2026, линейная алгебра, 101 группа, Мигиров Алон Илькинович

1. 1. Найти 1) характерестический многочлен; 2) минимальный многочлен; 3) A^{2020}; 4) $\sqrt{A}$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ -5 & -20 & 9 \end{pmatrix}$$

2. Найти 1) характерестический многочлен; 2) минимальный многочлен; 3) $\sqrt{A}$

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 9 & 0 \\ -4 & -2 & 0 \\ 11 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

Самостоятельная (6) 30.03.2026, N 12

2025-2026, линейная алгебра, 101 группа, Мигиров Алон Илькинович

1. Привести форму A к каноническому виду методом ортогональных дополнений. Записать матрицу перехода.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 5 & -1 \\ 4 & 0 & -2 & -10 \\ 5 & -2 & -5 & -12 \\ -1 & -10 & -12 & 5 \end{pmatrix}$$

2. Привести форму A к каноническому виду методом Якоби. Записать матрицу перехода.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -2 & -1 \\ -2 & -7 & -10 & 1 \\ -2 & -10 & -14 & 2 \\ -1 & 1 & 2 & -5 \end{pmatrix}$$

3. Привести квадратичную форму к нормальному виду методом Лагранжа $x_1^2 + 25x_2^2 + 10x_1x_2 + 2x_1x_3 + 10x_2x_3 + 2x_2x_4$. Записать матрицу перехода.

4. Привести кососимметрическую форму A к каноническому. Записать матрицу перехода.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -4 & -1 & -1 \\ 4 & 0 & 5 & 1 \\ 1 & -5 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Самостоятельная (6) 30.03.2026, N 16

2025-2026, линейная алгебра, 101 группа, Силаева Дарья Антоновна

1. Привести форму A к каноническому виду методом ортогональных дополнений. Записать матрицу перехода.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 12 & 8 & -2 \\ 12 & 0 & 6 & 15 \\ 8 & 6 & 8 & 9 \\ -2 & 15 & 9 & -5 \end{pmatrix}$$

2. Привести форму A к каноническому виду методом Якоби. Записать матрицу перехода.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 4 & -4 & 4 \\ -1 & -4 & 4 & -4 \\ 2 & 4 & -4 & 0 \end{pmatrix}$$

3. Привести квадратичную форму к нормальному виду методом Лагранжа $x_1^2 + 4x_2^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 8x_2x_3 + 4x_2x_4$. Записать матрицу перехода.

4. Привести кососимметрическую форму A к каноническому. Записать матрицу перехода.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -3 & 5 \\ -2 & 0 & 7 & -9 \\ 3 & -7 & 0 & -4 \\ -5 & 9 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

Самостоятельная (6) 30.03.2026, N 22

2025-2026, линейная алгебра, 101 группа, Карелов Артем Дмитриевич

1. Привести форму A к каноническому виду методом ортогональных дополнений. Записать матрицу перехода.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -6 & -3 & 6 \\ -6 & 0 & -3 & 4 \\ -3 & -3 & -3 & 5 \\ 6 & 4 & 5 & -8 \end{pmatrix}$$

2. Привести форму A к каноническому виду методом Якоби. Записать матрицу перехода.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 4 & -4 & 0 \\ 4 & -5 & 2 & -6 \\ -4 & 2 & 8 & 8 \\ 0 & -6 & 8 & 17 \end{pmatrix}$$

3. Привести квадратичную форму к нормальному виду методом Лагранжа $x_1^2 + 16x_2^2 + 8x_1x_2 + 10x_1x_3 + 40x_2x_3 + 3x_2x_4$. Записать матрицу перехода.

4. Привести кососимметрическую форму A к каноническому. Записать матрицу перехода.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ -2 & -1 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

Самостоятельная (7) 04.04.2026, N 2

2025-2026, линейная алгебра, 101 группа, Ананьев Максим Александрович

1. Форма A положительна. Привести совместно A к нормальному виду, а B к каноническому.

$$A = \begin{pmatrix} 35 & 12 & 1 \\ 12 & 6 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 17 & 6 & 1 \\ 6 & 4 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Найти ортонормированный базис собственных векторов и матрицу оператора в этом базисе

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 16 & -12 \\ 16 & 8 & 16 \\ -12 & 16 & 4 \end{pmatrix}$$

3. Найти канонический базис ортогонального оператора

$$A = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

4. Разложить матрицу $A = BO$, где B неотрицательная матрица и O ортогональная.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & -8 \\ -7 & 4 & -4 \\ 6 & 6 & 0 \end{pmatrix}$$

Самостоятельная (7) 04.04.2026, N 12

2025-2026, линейная алгебра, 101 группа, Мигиров Алон Илькинович

1. Форма A положительна. Привести совместно A к нормальному виду, а B к каноническому.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 1 \\ 7 & 45 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 2 \\ 4 & 40 & -4 \\ 2 & -4 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Найти ортонормированный базис собственных векторов и матрицу оператора в этом базисе

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -18 & 15 \\ -18 & -14 & -2 \\ 15 & -2 & -35 \end{pmatrix}$$

3. Найти канонический базис ортогонального оператора

$$A = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

4. Разложить матрицу $A = BO$, где B неотрицательная матрица и O ортогональная.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 10 & 4 \\ -8 & -2 & -8 \\ -5 & -1 & 6 \end{pmatrix}$$

Самостоятельная (7) 04.04.2026, N 14

2025-2026, линейная алгебра, 101 группа, Селиванова Софья Артёмовна

1. Форма A положительна. Привести совместно A к нормальному виду, а B к каноническому.

$$A = \begin{pmatrix} 35 & -7 & 5 \\ -7 & 5 & 0 \\ 5 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 24 & 1 & 5 \\ 1 & -1 & 0 \\ 5 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Найти ортонормированный базис собственных векторов и матрицу оператора в этом базисе

$$A = \begin{pmatrix} -14 & 18 & 10 \\ 18 & -14 & 10 \\ 10 & 10 & -31 \end{pmatrix}$$

3. Найти канонический базис ортогонального оператора

$$A = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

4. Разложить матрицу $A = BO$, где B неотрицательная матрица и O ортогональная.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -3 & -19 \\ 19 & 3 & 1 \\ -3 & -13 & -3 \end{pmatrix}$$

Самостоятельная (7) 04.04.2026, N 16

2025-2026, линейная алгебра, 101 группа, Силаева Дарья Антоновна

1. Форма A положительна. Привести совместно A к нормальному виду, а B к каноническому.

$$A = \begin{pmatrix} 18 & -18 & 19 \\ -18 & 35 & -32 \\ 19 & -32 & 30 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -8 & 6 \\ -8 & -16 & 10 \\ 6 & 10 & -6 \end{pmatrix}$$

2. Найти ортонормированный базис собственных векторов и матрицу оператора в этом базисе

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -6 & -6 \\ -6 & 18 & -18 \\ -6 & -18 & 18 \end{pmatrix}$$

3. Найти канонический базис ортогонального оператора

$$A = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

4. Разложить матрицу $A = BO$, где B неотрицательная матрица и O ортогональная.

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 12 & -7 \\ 15 & -7 & 3 \\ -3 & -7 & -15 \end{pmatrix}$$

Самостоятельная (7) 04.04.2026, N 22

2025-2026, линейная алгебра, 101 группа, Карелов Артем Дмитриевич

1. Форма A положительна. Привести совместно A к нормальному виду, а B к каноническому.

$$A = \begin{pmatrix} 50 & -22 & 27 \\ -22 & 11 & -14 \\ 27 & -14 & 18 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -50 & 14 & -14 \\ 14 & -4 & 4 \\ -14 & 4 & -4 \end{pmatrix}$$

2. Найти ортонормированный базис собственных векторов и матрицу оператора в этом базисе

$$A = \begin{pmatrix} 17 & -19 & -24 \\ -19 & 17 & -24 \\ -24 & -24 & 2 \end{pmatrix}$$

3. Найти канонический базис ортогонального оператора

$$A = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{2} & -1 \\ \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} \\ 1 & \sqrt{2} & -1 \end{pmatrix}$$

4. Разложить матрицу $A = BO$, где B неотрицательная матрица и O ортогональная.

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 12 \\ -13 & 7 & -7 \\ -3 & -12 & 0 \end{pmatrix}$$

Самостоятельная (8) 11.05.2024, N 12

2025-2026, линейная алгебра, 101 группа, Мигиров Алон Илькинович

1. Пусть

$$F = (e^1+2e^2+4e^3)\otimes(e^1-4e^3)\otimes(e_2+5e_3)+3e^1\otimes(2e^2-5e^3)\otimes e_1-2e^1\otimes e^2\otimes e_3$$

1. Найти $F(e_1+e_2+2e_3, 2e_1-3e_3, e^1+e^3)$

2. Скалярное произведение g задаеться матрицей

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

   В F^i_{jk} опустить индекс i ($F_{i'jk} = g_{i'i}F^i_{jk}$) и найти F_{123}.

   В F^i_{jk} поднять индекс k ($F^{ik'}_j = g^{k'k}F^i_{jk}$) и найти F^{12}_3.

2. Пусть $v = e_1 - 2e_2 + 4e_3$, $f = e^1 - e^2 + 3e^3$

$$F^{kl}_{ij} = \begin{cases} 4 & \text{если } i=j=k \\ 1 & \text{в остальных случаях} \end{cases}$$

Найти $F(v, v, f, f)$.

3. Найти вектора u и v, так что $u\wedge v = 5e_1\wedge e_2 - e_2\wedge e_3 + 4e_1\wedge e_3$.

4. Пусть

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Найти жордановы формы $A\otimes B$ и $A\wedge A$.

Самостоятельная (8) 11.05.2024, N 14

2025-2026, линейная алгебра, 101 группа, Селиванова Софья Артёмовна

1. Пусть

$$F = (e^1+2e^2+4e^3)\otimes(e^1-4e^3)\otimes(e_2+3e_3)+3e^1\otimes(2e^2-4e^3)\otimes e_1-5e^1\otimes e^2\otimes e_3$$

1. Найти $F(e_1+e_2+5e_3, 2e_1-3e_3, e^1+e^3)$

2. Скалярное произведение g задаеться матрицей

$$\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 2 & -1\\ 0 & -1 & 1\end{pmatrix}$$

   В F^i_{jk} опустить индекс i ($F_{i'jk} = g_{i'i}F^i_{jk}$) и найти F_{123}.

   В F^i_{jk} поднять индекс k ($F^{ik'}_j = g^{k'k}F^i_{jk}$) и найти F^{12}_3.

2. Пусть $v = e_1 - 2e_2 + 5e_3$, $f = e^1 - e^2 + 5e^3$

$$F^{kl}_{ij} = \begin{cases}4 & \text{если } i=j=k\\ 1 & \text{в остальных случаях}\end{cases}$$

Найти $F(v, v, f, f)$.

3. Найти вектора u и v, так что $u\wedge v = -5e_1\wedge e_2 + 4e_2\wedge e_3 + 2e_1\wedge e_3$.

4. Пусть

$$A = \begin{pmatrix}8 & 1 & 0\\ 0 & 8 & 0\\ 0 & 0 & 8\end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix}4 & 0\\ 0 & 9\end{pmatrix}.$$

Найти жордановы формы $A\otimes B$ и $A\wedge A$.

Самостоятельная (8) 11.05.2024, N 22

2025-2026, линейная алгебра, 101 группа, Карелов Артем Дмитриевич

1. Пусть

$$F = (e^1+2e^2+4e^3)\otimes(e^1-4e^3)\otimes(e_2+4e_3)+3e^1\otimes(2e^2-2e^3)\otimes e_1-4e^1\otimes e^2\otimes e_3$$

1. Найти $F(e_1+e_2+4e_3, 2e_1-5e_3, e^1+e^3)$

2. Скалярное произведение g задаеться матрицей

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

   В F^i_{jk} опустить индекс i ($F_{i'jk} = g_{i'i}F^i_{jk}$) и найти F_{123}.

   В F^i_{jk} поднять индекс k ($F^{ik'}_j = g^{k'k}F^i_{jk}$) и найти F^{12}_3.

2. Пусть $v = e_1 - 2e_2 + 4e_3$, $f = e^1 - e^2 + 2e^3$

$$F^{kl}_{ij} = \begin{cases} 2 & \text{если } i = j = k \\ 1 & \text{в остальных случаях} \end{cases}$$

Найти $F(v, v, f, f)$.

3. Найти вектора u и v, так что $u \wedge v = -e_1 \wedge e_2 - e_2 \wedge e_3 - 2e_1 \wedge e_3$.

4. Пусть

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Найти жордановы формы $A \otimes B$ и $A \wedge A$.

Самостоятельная (1) 21.02.2021, N 12

2025-2026, линейная алгебра, 101 группа, Мигиров Алон Илькинович

1. Даны вектора $\overrightarrow{v}_1 = (1, 0, -2, 0, 0)$, $\overrightarrow{v}_2 = (1, 0, -2, 0, 0)$, $\overrightarrow{v}_3 = (5, 12, -18, 0, 3)$, $\overrightarrow{v}_4 = (3, 5, -8, 1, 2)$, $\overrightarrow{v}_5 = (0, 0, 0, 0, 0)$, $\overrightarrow{v}_6 = (-5, -26, 30, 2, -5)$. Найти 1) найти максимальную линейно независимую систему векторов; 2) выразить через эти вектора остальные вектора.

2. Пусть $\overrightarrow{v}_1 = (1, 1, 1, 0)$, $\overrightarrow{v}_2 = (0, 0, 1, 0)$, $\overrightarrow{v}_3 = (-3, 1, -13, 0)$, $\overrightarrow{u}_1 = (2, 2, -1, 0)$, $\overrightarrow{u}_2 = (0, -2, 1, 1)$, $\overrightarrow{u}_3 = (-3, -1, -12, 1)$. Положим $V =< \overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_3 >$ и $U =< \overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2, \overrightarrow{u}_3 >$. Найти базис в $V + U$ и $V \cap U$.

3. Пусть $\overrightarrow{v}_1 = (-2, 4, 2, -2, 3)$, $\overrightarrow{v}_2 = (-2, 2, 2, -1, 2)$, $\overrightarrow{v}_3 = (-4, 12, 4, -6, 8)$, $\overrightarrow{v}_4 = (-2, 10, 2, -5, 6)$, $\overrightarrow{u}_1 = (4, 6, 0, 3, -5)$, $\overrightarrow{u}_2 = (1, -1, -1, 1, -1)$, $\overrightarrow{u}_3 = (5, 5, -1, 4, -6)$, $\overrightarrow{u}_4 = (5, 5, -1, 4, -6)$. Положим $V =< \overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_3, \overrightarrow{v}_4 >$ и $U =< \overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2, \overrightarrow{u}_3, \overrightarrow{u}_4 >$. Найти $\dim U$, $\dim V$, $\dim V + U$ и $\dim V \cap U$.

4. Пусть $V = \mathbb{R}_3[x]$. Определим $f_1, f_2, f_3, f_4 \in V^*$. Для $g \in V$ положим

$$f_1(g) = g(4), \qquad f_2(g) = g'(-2),$$
$$f_3(g) = g''(-4), \qquad f_4(g) = 3\int_{-1}^{1} g(x)\,\mathrm{d}x.$$

Если f_1, f_2, f_3, f_4 образуют базис в V^*, найти в V взаимный базис.

Самостоятельная (1) 21.02.2021, N 13

2025-2026, линейная алгебра, 101 группа, Покусаев Дмитрий Вадимович

1. Даны вектора $\overrightarrow{v}_1 = (17, -3, 3, 11, -2)$, $\overrightarrow{v}_2 = (17, -3, 3, 11, -2)$, $\overrightarrow{v}_3 = (-26, 5, -4, -14, -1)$, $\overrightarrow{v}_4 = (-8, 2, -2, -5, 2)$, $\overrightarrow{v}_5 = (0, 0, 0, 0, 0)$, $\overrightarrow{v}_6 = (131, -23, 19, 74, 4)$. Найти 1) найти максимальную линейно независимую систему векторов; 2) выразить через эти вектора остальные вектора.

2. Пусть $\overrightarrow{v}_1 = (-1, 7, -1, -3)$, $\overrightarrow{v}_2 = (3, -4, 2, 2)$, $\overrightarrow{v}_3 = (14, -27, 9, 13)$, $\overrightarrow{u}_1 = (-7, 32, -6, -14)$, $\overrightarrow{u}_2 = (0, -2, 0, 1)$, $\overrightarrow{u}_3 = (14, -29, 9, 14)$. Положим $V =< \overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_3 >$ и $U =< \overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2, \overrightarrow{u}_3 >$. Найти базис в $V + U$ и $V \cap U$.

3. Пусть $\overrightarrow{v}_1 = (2, 1, 0, 0, 0)$, $\overrightarrow{v}_2 = (2, 1, 0, -1, 0)$, $\overrightarrow{v}_3 = (2, 1, 0, 1, 0)$, $\overrightarrow{v}_4 = (2, 1, 0, 1, 0)$, $\overrightarrow{u}_1 = (-6, -5, 4, -4, -4)$, $\overrightarrow{u}_2 = (2, 2, -1, 2, 1)$, $\overrightarrow{u}_3 = (-4, -3, 3, -2, -3)$, $\overrightarrow{u}_4 = (-4, -3, 3, -2, -3)$. Положим $V =< \overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_3, \overrightarrow{v}_4 >$ и $U =< \overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2, \overrightarrow{u}_3, \overrightarrow{u}_4 >$. Найти $\dim U$, $\dim V$, $\dim V + U$ и $\dim V \cap U$.

4. Пусть $V = \mathbb{R}_3[x]$. Определим $f_1, f_2, f_3, f_4 \in V^*$. Для $g \in V$ положим

$$f_1(g) = g(4), \qquad f_2(g) = g'(0),$$

$$f_3(g) = g''(-1), \qquad f_4(g) = 3\int_{-1}^{1} g(x)\,\mathrm{d}x.$$

Если f_1, f_2, f_3, f_4 образуют базис в V^*, найти в V взаимный базис.

Самостоятельная (1) 21.02.2021, N 16

2025-2026, линейная алгебра, 101 группа, Силаева Дарья Антоновна

1. Даны вектора $\overrightarrow{v}_1 = (8, -12, 9, 4, 3)$, $\overrightarrow{v}_2 = (8, -12, 9, 4, 3)$, $\overrightarrow{v}_3 = (0, 4, -4, 0, -1)$, $\overrightarrow{v}_4 = (3, -5, 2, 2, 0)$, $\overrightarrow{v}_5 = (0, 0, 0, 0, 0)$, $\overrightarrow{v}_6 = (-7, 13, -16, -2, -7)$. Найти 1) найти максимальную линейно независимую систему векторов; 2) выразить через эти вектора остальные вектора.

2. Пусть $\overrightarrow{v}_1 = (3, 1, 2, 0)$, $\overrightarrow{v}_2 = (2, 1, 2, 0)$, $\overrightarrow{v}_3 = (-27, -8, -20, 8)$, $\overrightarrow{u}_1 = (5, 1, 2, 0)$, $\overrightarrow{u}_2 = (1, 0, 1, -1)$, $\overrightarrow{u}_3 = (-26, -8, -19, 7)$. Положим $V =< \overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_3 >$ и $U =< \overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2, \overrightarrow{u}_3 >$. Найти базис в $V + U$ и $V \cap U$.

3. Пусть $\overrightarrow{v}_1 = (3, 1, -1, -3, -1)$, $\overrightarrow{v}_2 = (-2, -2, -2, -2, 1)$, $\overrightarrow{v}_3 = (12, 8, 4, 0, -5)$, $\overrightarrow{v}_4 = (13, 7, 1, -5, -5)$, $\overrightarrow{u}_1 = (-13, -5, -1, 3, 5)$, $\overrightarrow{u}_2 = (0, 1, 1, 1, 0)$, $\overrightarrow{u}_3 = (-13, -4, 0, 4, 5)$, $\overrightarrow{u}_4 = (-13, -4, 0, 4, 5)$. Положим $V =< \overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_3, \overrightarrow{v}_4 >$ и $U =< \overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2, \overrightarrow{u}_3, \overrightarrow{u}_4 >$. Найти $\dim U$, $\dim V$, $\dim V + U$ и $\dim V \cap U$.

4. Пусть $V = \mathbb{R}_3[x]$. Определим $f_1, f_2, f_3, f_4 \in V^*$. Для $g \in V$ положим

$$f_1(g) = g(-2), \qquad f_2(g) = g'(-4),$$
$$f_3(g) = g''(1), \qquad f_4(g) = 3\int_{-1}^{1} g(x)\,\mathrm{d}x.$$

Если f_1, f_2, f_3, f_4 образуют базис в V^*, найти в V взаимный базис.

Самостоятельная (1) 21.02.2021, N 22

2025-2026, линейная алгебра, 101 группа, N1

1. Даны вектора $\overrightarrow{v}_1 = (6, -6, -4, 13, -5)$, $\overrightarrow{v}_2 = (6, -6, -4, 13, -5)$, $\overrightarrow{v}_3 = (-4, 9, 16, -27, 12)$, $\overrightarrow{v}_4 = (-1, 3, 7, -11, 5)$, $\overrightarrow{v}_5 = (0, 0, 0, 0, 0)$, $\overrightarrow{v}_6 = (-28, 51, 84, -151, 66)$. Найти 1) найти максимальную линейно независимую систему векторов; 2) выразить через эти вектора остальные вектора.

2. Пусть $\overrightarrow{v}_1 = (1, -1, 1, -1)$, $\overrightarrow{v}_2 = (-1, 2, -2, 1)$, $\overrightarrow{v}_3 = (-10, 18, -10, 8)$, $\overrightarrow{u}_1 = (4, -5, 5, -4)$, $\overrightarrow{u}_2 = (0, 0, 1, 0)$, $\overrightarrow{u}_3 = (-10, 18, -9, 8)$. Положим $V =< \overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_3 >$ и $U =< \overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2, \overrightarrow{u}_3 >$. Найти базис в $V + U$ и $V \cap U$.

3. Пусть $\overrightarrow{v}_1 = (1, 1, 1, -1, 0)$, $\overrightarrow{v}_2 = (1, 2, 1, -1, 0)$, $\overrightarrow{v}_3 = (1, 0, 1, -1, 0)$, $\overrightarrow{v}_4 = (0, -3, 0, 0, 0)$, $\overrightarrow{u}_1 = (11, -13, -5, 1, -6)$, $\overrightarrow{u}_2 = (-4, 0, -1, 2, 2)$, $\overrightarrow{u}_3 = (7, -13, -6, 3, -4)$, $\overrightarrow{u}_4 = (7, -13, -6, 3, -4)$. Положим $V =< \overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_3, \overrightarrow{v}_4 >$ и $U =< \overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2, \overrightarrow{u}_3, \overrightarrow{u}_4 >$. Найти $\dim U$, $\dim V$, $\dim V + U$ и $\dim V \cap U$.

4. Пусть $V = \mathbb{R}_3[x]$. Определим $f_1, f_2, f_3, f_4 \in V^*$. Для $g \in V$ положим

$$f_1(g) = g(3), \qquad f_2(g) = g'(4),$$
$$f_3(g) = g''(1), \qquad f_4(g) = 3\int_{-1}^{1} g(x)\,\mathrm{d}x.$$

Если f_1, f_2, f_3, f_4 образуют базис в V^*, найти в V взаимный базис.