

компактно в X , но никакое подпространство $Z \subset X$, содержащее Y , не является линделефовым пространством.

Классическую теорему обобщает

Теорема 3. Если Y компактно в хаусдорфовом пространстве X , то Y нормально в X .

Для относительной линделефовости аналогичное утверждение не верно (см. предложение 1). Усилить заключение в теореме 3 до сильной нормальности нельзя, так как всякое тихоновское пространство компактно в любом объемлющем компакте. Но имеет место

Теорема 4. Пусть Y компактно в хаусдорфовом пространстве X и замыкания в X произвольных замкнутых в Y непересекающихся множеств не пересекаются. Тогда Y сильно нормально в X и тем более пространство Y нормально.

Предложение 6. Если Y компактно в хаусдорфовом пространстве X , то Y сильно регулярно в X .

Предложение 7. Существуют хаусдорфово пространство X и его подпространство Y , компактное в X , такие, что Y не суперрегулярно в X .

Теоремы 1, 3, 4 и предложения 6 и 7 дополняет

Теорема 5. Если Y линделефово в X и пространство X регулярно, то Y нормально в X .

Объединить теоремы 1 и 5 в одной естественной формулировке нельзя:

Предложение 8. Существуют хаусдорфово пространство X и $Y \subset X$, такие, что Y суперрегулярно в X , Y линделефово в X , но Y не нормально в X и Y не сильно регулярно в X .

Предложение 8 указывает и на окончательность предложения 6.

Задача. Пусть Y линделефово в хаусдорфовом пространстве X и пространство Y регулярно. Верно ли тогда, что Y слабо нормально в X ? Что, если дополнительно предположить Y регулярным в X ?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Энгелькинг Р. Общая топология. М., 1986.
2. Ранчин Д. В. О компактности по модулю идеала // Докл. АН СССР. 1972. 202, № 4. 761—764.

Поступила в редакцию
02.12.88

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 1. МАТЕМАТИКА. МЕХАНИКА. 1989. № 6

УДК 515.12

Е. А. Резниченко

ПСЕВДОКОМПАКТНОЕ ПРОСТРАНСТВО, В КОТОРОМ ТОЛЬКО МНОЖЕСТВА НЕПОЛНОЙ МОЩНОСТИ НЕ ЗАМКНУТЫ И НЕ ДИСКРЕТНЫ

В этой заметке доказано существование пространства, описанного в заглавии, что является некоторым усилением примеров из [1, 2]. Ниже отрезок $[0, 1]$ обозначается через I .

Теорема. Пусть A — множество мощности τ , $\tau^{\aleph_0} = \tau$. Тогда в I^A существует плотное связанное псевдокомпактное пространство X , такое, что $|X| = \tau$ и для любого $Y \subset X$, $|Y| < \tau$, множество Y дискретно и замкнуто в X .

Доказательство. Существует разбиение множества A на τ подмножеств мощности τ : $A = \bigcup \{A_\alpha : \alpha < \tau\}$, $|A_\alpha| = \tau$. Положим $Q = \bigcup \{I^B : B \subset A, |B| \leq \aleph_0\}$. Для $q \in Q$ обозначим через $B(q)$ то единственное $B \subset A$, для которого $q \in I^B$.

Так как $|Q| = \tau^{\aleph_0} = \tau$, Q можно занумеровать ординалами до τ : $Q = \{q_\alpha : \alpha < \tau\}$. Для $\alpha < \tau$ определим точку $x_\alpha \in I^A$:

$$x_\alpha(a) = \begin{cases} q_\alpha(a) & \text{при } a \in B(q_\alpha), \\ 1 & \text{при } a \in A_\alpha \setminus B(q_\alpha), \\ 0 & \text{при } a \in A \setminus (A_\alpha \cup B(q_\alpha)). \end{cases}$$

Пространство $X = \{x_\alpha : \alpha < \tau\}$ является искомым. Докажем это. Из построения видно, что X заполняет счетные грани I^A , т. е. для любого счетного $B \subset A$ и $q \in I^B$ существует такое $x \in X$, что $x|_B = q$. То, что X заполняет счетные грани I^A , равносильно тому, что X псевдокомпактно, связано и плотно в I^A [1, 2].

Докажем следующий факт: если $M \subset \tau$, $\alpha \in \tau \setminus M$ и $|M| < \tau$, то $x_\alpha \notin \overline{\{y_\beta : \beta \in M\}}$. Так как $|M| < \tau$, существует $a \in A_\alpha \setminus (\bigcup \{B(q_\beta) : \beta \in M\} \cup B(q_\alpha))$. Из построения вытекают равенства $x_\alpha(a) = 1$ и $x_\beta(a) = 0$ для любого $\beta \in M$, что завершает доказательство факта и теоремы.

Отметим, что псевдохарактер X равен $\aleph_1$.

Используя идею конструкции из [2], можно добиться того, чтобы все счетные подмножества X были C^* -вложены.

Автор выражает благодарность своему научному руководителю профессору А. В. Архангельскому за внимание к работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ткаченко М. Г. Два замечания о левых пространствах // Успехи матем. наук. 1983. 38, № 1. 197—198.
2. Shakhmatov D. B. A pseudocompact Tychonoff spaces all countable subsets of which are closed and C^* -embedded // Topol. and Appl. 1986. 22, N 2. 139—144.

Поступила в редакцию
05.05.89

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. I. МАТЕМАТИКА. МЕХАНИКА. 1989. № 6.

УДК 531.36

В. А. Самсонов, М. А. Салмина

К ТЕОРИИ РЕГУЛЯТОРА ВРАЩЕНИЯ

Центробежный регулятор Уатта, используемый для стабилизации скорости вращения вала, является механической системой с одной позиционной (угол расхождения стержней) и одной циклической (угол поворота вала) координатами. Вектор состояния такой системы включает позиционную координату, позиционную и циклическую скорости. Стабилизирующее воздействие в этой системе, как правило, вводится только по оси вала [1]. Можно показать, что при этом система стабилизируется управлением в виде обратной связи по вектору состояния. Поскольку в регуляторе вращения одна из компонент вектора состояния — циклическая скорость — недоступна измерению, то представляет интерес исследование возможности стабилизации установившихся движений системы управлением, формируемым по не-