

ВОПРОСЫ ПО АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ

Лектор — проф Садовничий Ю.В., 2010 г.

1. Определение вектора. Сложение векторов, умножение вектора на число, свойства этих операций. Векторы на прямой.
2. Линейная зависимость векторов. Геометрический смысл линейной зависимости.
3. Базисы и координаты.
4. Определение скалярного произведения векторов и его свойства. Неравенство Коши-Буняковского. Скалярное произведение в координатах.
5. Аффинные координаты. Деление отрезка в данном отношении. Прямоугольные координаты. Полярные координаты на плоскости и в пространстве.
6. Переход от одного базиса к другому. Переход от одной аффинной системы координат к другой.
7. Определение ортогональной матрицы. Ортогональные матрицы второго порядка. Преобразование прямоугольных координат. Преобразование прямоугольных координат на плоскости.
8. Ориентация прямой, плоскости и пространства.
9. Ориентированный объем параллелепипеда, его свойства. Векторное и смешанное произведение векторов, их свойства. Векторное произведение в прямоугольных координатах.
10. Векторные уравнения прямой и плоскости. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Вычисление расстояний.
11. Уравнение прямой линии на плоскости. Взаимное расположение прямых на плоскости. Полуплоскости.
12. Прямая линия на плоскости с прямоугольной системой координат. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой.
13. Уравнение плоскости. Взаимное расположение плоскостей. Полупространства.
14. Прямая в пространстве. Прямая и плоскость в пространстве с прямоугольной системой координат. Угол между плоскостями, угол между прямой и плоскостью. Расстояние от точки до плоскости.
15. Алгебраические линии на плоскости. Квадратичные функции и их матрицы. Ортогональные инварианты квадратичных функций.
16. Преобразование уравнения линии второго порядка при повороте осей координат. Приведение уравнения линии второго порядка к каноническому виду.
17. Определение уравнения линии второго порядка по ортогональным инвариантам.
18. Директориальное свойство эллипса, гиперболы и параболы.
19. Фокальное свойство эллипса и гиперболы. Кривые второго порядка в полярных координатах. Фокальный параметр.

20. Пересечение линии второго порядка с прямой. Асимптотические направления. Теоремы единственности для линий второго порядка.
21. Центры линий второго порядка.
22. Асимптоты и сопряженные диаметры линий второго порядка. Сопряженные направления.
23. Касательные к линиям второго порядка.
24. Главные направления и главные диаметры линий второго порядка. Оси симметрии. Ось параболы.
25. Определение и свойства аффинных преобразований.
26. Аналитическая запись аффинных преобразований. Аффинная классификация линий второго порядка.
27. Определение и свойства изометрических преобразований. Классификация движений плоскости.
28. Поверхности второго порядка и матрицы квадратичных функций. Основная теорема о поверхностях второго порядка (без доказательства).
29. Эллипсоид. Двуполостный гиперболоид. Их плоские сечения.
30. Однополостный гиперболоид. Его плоские сечения и прямолинейные образующие.
31. Конические сечения.
32. Параболоиды. Их плоские сечения и прямолинейные образующие. Цилиндрические поверхности.
33. Аффинная классификация поверхностей второго порядка.
34. Пересечение поверхности второго порядка с прямой. Касательная плоскость.
35. Центр поверхности второго порядка.
36. Диаметральные плоскости поверхностей второго порядка. Особые направления. Сопряженные направления относительно поверхностей второго порядка.
37. Главные направления поверхностей второго порядка. Количество главных направлений в зависимости от кратности корней характеристического уравнения.
38. Приведение к каноническому виду центральной поверхности второго порядка.
39. Приведение к каноническому виду поверхности второго порядка малого ранга $r \leq 2$.
40. Модели проективной плоскости: пополненная плоскость, связка, их изоморфизм. Однородные координаты на проективной плоскости.
41. Арифметическая модель проективной плоскости. Принцип двойственности. Теорема Дезарга.
42. Проективные системы координат. Переход от одной проективной системы координат к другой.
43. Проективные и проективно-аффинные преобразования, их аналитическая запись.
44. Линии второго порядка в однородных координатах на проективной плоскости. Проективная и проективно-аффинная классификация линий второго порядка.