

Программа экзамена по аналитической геометрии

2013/2014 учебный год. Лектор: проф. А.П.Комбаров

1. Определение вектора. Сложение векторов, умножение вектора на число, свойства этих операций.
2. Векторы на прямой. Лемма Шаля.
3. Линейная зависимость векторов. Геометрический смысл линейной зависимости.
4. Базисы и координаты.
5. Скалярное произведение и его свойства. Неравенство Коши-Буняковского.
6. Скалярное произведение в координатах.
7. Системы координат.
8. Деление отрезка в данном отношении.
9. Переход от одного базиса к другому. Преобразование координат векторов.
10. Переход от одной аффинной системы координат к другой аффинной системе координат.
11. Ортогональные матрицы. Преобразования прямоугольных координат.
12. Ориентация прямой, плоскости, пространства.
13. Ориентированная длина. Ориентированная площадь параллелограмма и её свойства.
14. Ориентированный объем параллелепипеда, его свойства.
15. Векторное и смешанное произведения и их свойства.
16. Векторное и смешанное произведения в прямоугольных координатах.
17. Векторные уравнения прямой и плоскости. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
18. Вычисление расстояний в пространстве через операции над векторами.
19. Уравнения прямой на плоскости. Линии первого порядка.
20. Взаимное расположение двух прямых, заданных общими уравнениями.
21. Пучок прямых.
22. Полуплоскости.
23. Угол между прямыми и угол от первой прямой до второй.
24. Расстояние от точки до прямой, заданной общим уравнением.
25. Уравнения плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей.
26. Пучок плоскостей.
27. Полупространства.
28. Прямая в пространстве. Прямая как пересечение двух плоскостей.
29. Угол между плоскостями, угол между прямой и плоскостью.
30. Расстояние от точки до плоскости, заданной общим уравнением.
31. Линии второго порядка и их матрицы.
32. Ортогональные инварианты линий второго порядка.
33. Преобразование уравнения линии второго порядка при повороте осей координат.
34. Приведение уравнения линии второго порядка к каноническому виду.
35. Определение канонического уравнения по ортогональным инвариантам.
36. Семиинвариант линии второго порядка.
37. Центры линий второго порядка.
38. Директориальное свойство эллипса, гиперболы и параболы.
39. Фокальное свойство эллипса и гиперболы.
40. Фокальный параметр эллипса, гиперболы и параболы.
41. Эллипс, гипербола и парабола в полярных координатах.
42. Уравнение при вершине.
43. Пересечение линии второго порядка с прямой. Асимптотические направления.
44. Асимптоты. Уравнение гиперболы в асимптотах.
45. Диаметры линий второго порядка.
46. Сопряженные направления. Особое направление.
47. Сопряженные диаметры. Диаметры центральных линий.
48. Главные направления и главные диаметры линий второго порядка.
49. Ось и вершина параболы.
50. Касательные к линиям второго порядка.
51. Оптические свойства эллипса, гиперболы и параболы.
52. Теоремы единственности для линий второго порядка.
53. Пучок линий второго порядка.
54. Определение и свойства аффинных преобразований.
55. Аналитическая запись аффинных преобразований.
56. Аффинная классификация линий второго порядка.
57. Движения и изометрии.
58. Классификация движений прямой и плоскости. Теорема Шаля.
59. Основная теорема об аффинных преобразованиях плоскости.

60. Поверхности второго порядка и их матрицы. Характеристический многочлен.
61. Цилиндрические поверхности.
62. Канонические уравнения поверхностей второго порядка.
63. Прямолинейные образующие однополостного гиперболоида.
64. Прямолинейные образующие гиперболического параболоида.
65. Конические сечения. Теорема Аполлония.
66. Плоские сечения эллипсоида.
67. Плоские сечения однополостного гиперболоида.
68. Плоские сечения двуполостного гиперболоида.
69. Плоские сечения гиперболического параболоида.
70. Плоские сечения эллиптического параболоида.
71. Центры поверхностей второго порядка.
72. Аффинная классификация поверхностей второго порядка.
73. Модели проективной плоскости: пополненная плоскость, связка. Перспективное соответствие.
74. Однородные координаты. Арифметическая модель проективной плоскости.
75. Принцип двойственности. Теорема Дезарга.
76. Проективные системы координат.
77. Проективные преобразования.
78. Линии второго порядка в однородных координатах.
79. Проективная классификация линий второго порядка.
80. Проективно-аффинные преобразования.
81. Проективно-аффинная классификация линий второго порядка.
82. Проективная прямая. Двойное отношение.