

1. Векторное пространство. Линейная комбинация векторов. Линейно зависимые и линейно независимые множества и системы векторов. Полные множества и системы векторов.
2. Базис векторного пространства. Конечномерное векторное пространство. Лемма о соотношении количества векторов в конечном полном множестве векторов и линейно независимом множестве векторов. Теорема: если в векторном пространстве есть конечный базис, то все базисы в нём конечны и все содержат одинаковое количество векторов. Размерность конечномерного векторного пространства.
3. Однозначность выражения любого вектора в конечномерном векторном пространстве через базис. Координаты вектора в данном базисе.
4. Аффинное пространство. Радиус-вектор точки в аффинном пространстве. Репер (аффинная система координат) в аффинном пространстве. Конечномерное аффинное пространство, размерность аффинного пространства.
5. Подпространство векторного пространства. Подпространство аффинного пространства. Пример: прямая в аффинном пространстве, направляющий вектор прямой.
6. Скалярное произведение (как билинейная функция). Евклидово векторное пространство. Точечно-евклидово аффинное пространство. Длина вектора в евклидовом пространстве. Выражение скалярного произведения через длины векторов. Расстояние между точками в точечно-евклидовом пространстве.
7. Неравенство Коши–Буняковского. Величина угла между ненулевыми векторами. Ортогональные векторы.
8. Ортонормированный базис в евклидовом пространстве. Прямоугольная система координат в точечно-евклидовом пространстве. Выражение скалярного произведения векторов в конечномерном евклидовом пространстве через координаты векторов в ортонормированном базисе. Выражение длины вектора через его координаты в ортонормированном базисе. Выражение расстояния между точками в конечномерном точечно-евклидовом пространстве через координаты точек в прямоугольной системе координат.
9. Проектирование точек аффинного пространства и векторов векторного пространства на подпространство параллельно другому подпространству.
10. Линейная независимость попарно ортогональных векторов в евклидовом пространстве. Существование ортонормированного базиса в евклидовом пространстве.
11. Прямая на плоскости (т.е. в двумерном аффинном пространстве). Направляющий вектор. Параметрические уравнения прямой в аффинной системе координат. Каноническое уравнение прямой. Уравнение прямой, проходящей через две точки с данными координатами. Общее уравнение прямой. Определение направляющего вектора по общему уравнению.
12. Взаимное расположение прямых на плоскости: условия того, что прямые параллельны, совпадают или пересекаются.
13. Пучок прямых на плоскости. Уравнения собственного и несобственного пучков.
14. Отрезок с данными концами на плоскости. Отрезок с данными концами в произвольном аффинном пространстве.
15. Выпуклое множество в аффинном пространстве. Полуплоскости, определённые данной прямой, их выпуклость.
16. Угол между двумя прямыми в точечно-евклидовом пространстве. Прямой угол. Выражение величины угла между прямыми, заданных общими уравнениями в прямоугольной системе координат. Условие перпендикулярности прямых. Нормаль (нормальный вектор) прямой.
17. Расстояние от точки до прямой на евклидовой плоскости. Его выражение в прямоугольной системе координат.
18. Преобразования координат векторов в конечномерном векторном пространстве: матрица перехода, выражение старых координат через новые.
19. Матрица Грама произвольного базиса в евклидовом пространстве. Формула для скалярного произведения в произвольном (не обязательно ортонормированном) базисе.
20. Выражение матрицы перехода от базиса $\bar{e}_1, \dots, \bar{e}_n$ к базису $\bar{e}'_1, \dots, \bar{e}'_n$ через матрицы перехода от $\bar{e}_1, \dots, \bar{e}_n$ к $\bar{e}'_1, \dots, \bar{e}'_n$ и от $\bar{e}'_1, \dots, \bar{e}'_n$ к $\bar{e}''_1, \dots, \bar{e}''_n$. Выражение матрицы перехода от базиса $\bar{e}'_1, \dots, \bar{e}'_n$ к базису $\bar{e}_1, \dots, \bar{e}_n$ через матрицу перехода от $\bar{e}_1, \dots, \bar{e}_n$ к $\bar{e}'_1, \dots, \bar{e}'_n$.
21. Критерий того, что данная квадратная матрица является матрицей перехода от одного базиса конечномерного векторного пространства к другому.
22. Преобразование координат точек конечномерного аффинного пространства при переходе от одной аффинной системы координат (репера) к другой. Выражение старых координат через новые и новых через старые.
23. Ортогональные матрицы. Критерии ортогональности. Ортогональные матрицы размера 2×2 .
24. Ориентация конечномерных векторных и аффинных пространств.
25. Ориентация пар векторов в двумерных векторном и аффинном пространстве. Геометрическая характеристика совпадения ориентации пар векторов \bar{a}, \bar{b} и \bar{a}, \bar{b}' (в терминах полуплоскостей, в которые «смотрят» векторы \bar{b} и \bar{b}'). Угол от одного вектора до другого в двумерном ориентированном евклидовом пространстве. Угол от одной прямой до другой в двумерном точечно-евклидовом пространстве (т.е. на евклидовой плоскости). Тангенс угла наклона.

26. Площадь параллелограмма в двумерном ориентированном евклидовом пространстве или на ориентированной евклидовой плоскости, натянутого на данные векторы. Ориентированная площадь параллелограмма на ориентированной евклидовой плоскости, её свойства, выражение через координаты векторов в ортонормированном базисе.
27. Плоскость в трёхмерном аффинном пространстве. Направляющие векторы, параметрические уравнения, общее уравнение.
28. Взаимное расположение плоскостей. Условия того, что две плоскости параллельны, совпадают, пересекаются.
29. Пучок плоскостей в трёхмерном аффинном пространстве. Уравнения собственного и несобственного пучков.
30. Полупространства, их выпуклость.
31. Прямая в трёхмерном аффинном пространстве. Параметрические уравнения, канонические уравнения, уравнения прямой, проходящей через две точки в аффинной системе координат.
32. Взаимное расположение прямой и плоскости. Критерии того, что прямая параллельна плоскости (не пересекается с плоскостью или лежит в ней) и пересекает плоскость в терминах направляющих векторов прямой и плоскости.
33. Взаимное расположение двух прямых в трёхмерном аффинном пространстве.
34. Плоскость в трёхмерном точечно-евклидовом пространстве: нормаль плоскости в прямоугольных координатах, формула расстояния от точки до плоскости в прямоугольных координатах.
35. Векторное произведение двух векторов в трёхмерном евклидовом пространстве. Ориентированный объём параллелепипеда в ориентированном трёхмерном евклидовом или точечно-евклидовом пространстве. Смешанное произведение трёх векторов, его свойства (смена знака при перестановке двух векторов, линейность по каждому аргументу).
36. Выражение ориентированного и обычного объёма параллелепипеда в трёхмерном евклидовом или точечно-евклидовом пространстве, натянутого на данные векторы, через координаты этих векторов в ортонормированном базисе.
37. Выражение координат векторного произведения двух векторов в трёхмерном евклидовом или точечно-евклидовом пространстве через координаты этих векторов в ортонормированном базисе. Выражение расстояния от точки до прямой, от точки до плоскости и между двумя прямыми в трёхмерном точечно-евклидовом пространстве через векторные и смешанные произведения.
38. Линии второго порядка. Многочлен второго порядка, уравнение линии второго порядка в аффинной системе координат. Квадратичная часть многочлена второго порядка. Матрица квадратичной части (малая матрица) и большая матрица линии второго порядка. Уравнение линии второго порядка в матричной форме. Связь матриц линии второго порядка в разных аффинных системах координат.
39. Собственные векторы и собственные значения матрицы. Каноническая система координат для линии второго порядка, переход к ней (при условии, что исходное уравнение линии задано в прямоугольной системе координат). Канонические уравнения линий второго порядка.
40. Ортогональные инварианты линий второго порядка. Центральный и параболический случаи. Классификация линий второго порядка (кроме пар параллельных и совпадающих прямых) с помощью ортогональных инвариантов.
41. Центры линий второго порядка, их связь с центрами симметрии линий и многочленов, задающих уравнения линий. Независимость уравнения центра от системы координат.
42. Сопряжённые направления, их независимость от системы координат. Уравнение линии второго порядка в аффинной системе координат, базисом которой служат векторы сопряжённых направлений. Асимптотические направления, их независимость от системы координат. Пересечения прямых асимптотических и неасимптотических направлений с линиями второго порядка.
43. Диаметр, сопряжённый данному неасимптотическому направлению, его свойства. Сопряжённые диаметры.
44. Касательная к линии второго порядка, проходящая через данную точку (принадлежащую линии), её свойства.
45. Особые и главные направления.
46. Поляры и полюсы, их независимость от системы координат, связь с касательными.
47. Эксцентриситет, директрисы и фокусы эллипса, гиперболы и параболы. Фокальная ось и фокальное расстояние эллипса и гиперболы. Вершины эллипса, гиперболы и параболы. Большая и малая полуоси эллипса. Асимптоты гиперболы.
48. Оптические свойства эллипса, гиперболы и параболы.
49. Эллипс, гипербола и парабола как конические сечения.
50. Поверхности второго порядка, их общее уравнение, квадратичная часть, матрицы, закон изменения матриц при переходе к новой аффинной системе координат.
51. Каноническая система координат, каноническое уравнение поверхности второго порядка. Приведение уравнения поверхности второго порядка к каноническому виду (при условии, что исходное уравнение задано в прямоугольной системе координат). Классификация поверхностей второго порядка.

52. Центры поверхностей второго порядка, их связь с центрами симметрии поверхностей и многочленов второго порядка, задающих их уравнения.
53. Сечения поверхностей второго порядка плоскостями.
54. Аффинная классификация уравнений линий второго порядка.
55. Аффинная классификация уравнений поверхностей второго порядка.
56. Линейные отображения и преобразования конечномерных векторных пространств. Характеризация линейных преобразований (изоморфизмов).
57. Ортогональные преобразования евклидовых пространств, их характеристика.
58. Аффинные преобразования конечномерных аффинных пространств. Дифференциал аффинного преобразования. Характеризация и свойства аффинных преобразований.
59. Движения точечно-евклидовых пространств, их характеристика.
60. Аналитическая запись линейного преобразования конечномерного евклидова пространства. Матрица линейного преобразования. Матрица ортогонального преобразования евклидова пространства. Инвариантные подпространства линейного преобразования, матрица в базисе, часть которого является базисом инвариантного подпространства. Матрицы композиции преобразований и обратного преобразования.
61. Аналитическая запись аффинного преобразования конечномерного аффинного пространства. Матрица аффинного преобразования. Инвариантные подпространства аффинного преобразования. Матрицы композиции преобразований и обратного преобразования.
62. Движения евклидовой плоскости.
63. Модели вещественной проективной плоскости: связка прямых и плоскостей и пополненная плоскость. Перспективное соответствие. Изоморфизм между проективными плоскостями.
64. Однородные координаты точек проективной плоскости, представленной связкой прямых и плоскостей в трёхмерном аффинном пространстве. Однородные координаты прямых проективной плоскости.
65. Арифметическая модель проективной плоскости. Принцип двойственности.
66. Координаты точек (собственных и несобственных) и прямых на пополненной плоскости.
67. Эквивалентные реперы в трёхмерном аффинном пространстве. Проективный репер на проективной плоскости. Проективные координаты.
68. Переход от одной проективной системы координат к другой.
69. Линии второго порядка на проективной плоскости, их проективная классификация.
70. Проективное преобразование проективной плоскости, его матрица и аналитическая запись. Второе определение проективной эквивалентности линий второго порядка на проективной плоскости.