

Спецкурс
Теорема Бэра и ее приложения
Весенний семестр 2019–2020 года
Автор: О.Д.Фролкина

Концентр 1. Случай прямой вещественных чисел

1. Множества первой и второй категории, остаточные множества. Теорема Бэра для \mathbb{R} и для подмножеств прямой.
2. Веер Кнастера–Куратовского.
3. Плоскость Немыцкого не обладает свойством нормальности.
4. Характеризация многочленов как функций, у которых в каждой точке некоторая производная равна нулю.
5. Теорема Бэра о функциях первого класса.

Концентр 2. Общие метрические пространства

6. Метрические пространства
7. Полнота метрического пространства
8. Множества первой и второй категории, остаточные множества. Пространства Бэра, эквивалентные определения.
9. Теорема Бэра о категории и ее роль в математике.
10. Пример пространства Бэра, не допускающего полной метрики.
11. Пространство непрерывных функций $C[0, 1]$. Типичная непрерывная функция нигде не дифференцируема. Явный пример непрерывной нигде не дифференцируемой функции.
12. Пространство непустых компактных подмножеств \mathbb{R}^N . Типичный непустой компакт в \mathbb{R}^N гомеоморфен канторову множеству.
13. Пространство непрерывных отображений компакта в евклидово пространство. Типичное непрерывное отображение n -мерного компакта в I^{2n+1} является вложением.
14. Тринадцатая проблема Гильберта. Теорема Колмогорова о суперпозиции.

Концентр 3. Тонкости формулировок

15. Метризуемые пространства
16. Поведение свойства полноты при гомеоморфизмах
17. Полная метрика на пространстве иррациональных чисел. Пространство иррациональных чисел как топологическое произведение.
18. G_δ -подмножество полного метрического пространства метризуемо полной метрикой. Критерий существования полной метрики на метризуемом пространстве.