Alexandroff Readings
Moscow, May 22-26 2016

Александровские чтения
Москва, 22-26 мая 2016 г.

Abstracts

Тезисы докладов

On the functor of semiadditive τ-smooth functionals

R. B. Beshimov, N. K. Mamadaliev
Tashkent State Pedagogical University, Uzbekistan

In the work we investigate categorical and topological properties of the functor OS_τ of semiadditive τ-smooth functionals in the category $Tych$ of Tychonoff spaces and their continuous mappings, which extends the functor OS of semiadditive functionals in the category $Comp$ of compact spaces and their continuous mappings. It is proved that the functor OS_τ is significantly different from the functor O_τ, as it preserves the preimages and nonempty intersections of closed subsets of Tychonoff spaces. One of the main results is that the functor $OS_\tau : Tych \to Tych$ is normal.

On completion with respect to ultrafilters

D. A. Boljiev, G. O. Namazova
National Academy of Sciences of the Kyrgyz Republic, KRSU named after B.Yeltsin, Bishkek, Kyrgyz Republic

In the talk the notions of strong (weak) P-completeness of a uniform space are introduced and different connections have been established with the spaces of relevant type of compactness.

COMPACTIFICATION OF UNIFORMLY CONTINUOUS MAPPINGS

Altay A. Borubaev
National Academy of Sciences of Kyrgyz Republic, Bishkek, Kyrgyz Republic

Below the notion of compactification of a uniformly continuous mapping is introduced and some of their properties are established. The notion of compactification of continuous mappings has been introduced and studied in [5, 12]. A wider study of compactification of continuous mappings has been done by Pasynkov [10] and in [11, 8, 9]. All considered uniform spaces are assumed to be separated and given in coverings terms, mappings are uniformly continuous and topological spaces are Tychonoff.

Definition 1. [8]. Let $f : (X, \mathcal{U}) \to (Y, \mathcal{V})$ be uniformly continuous mapping. A mapping $cf : (cX, c\mathcal{U}) \to (Y, \mathcal{V})$ is called compactification or uniformly perfect extension of the mapping f if the following conditions hold: 1) $X \subseteq cX$; 2) $[X]_{cX}$; 3) $cf|_X = f$; 4) cf is a uniformly perfect mapping.

For two compactifications $c_1 f : (c_1X, c_1\mathcal{U}) \to (Y, \mathcal{V})$ and $c_2 f : (c_2X, c_2\mathcal{U}) \to (Y, \mathcal{V})$ of a mapping $f : (X, \mathcal{U}) \to (Y, \mathcal{V})$, as usually we set $c_2 f \geq c_1 f$, if there is a uniformly continuous mapping $\varphi : (c_2X, c_2\mathcal{U}) \to (c_1X, c_1\mathcal{U})$, such that $c_2 f = c_1 f \cdot \varphi$ and φ is an identity mapping on X.

The notions of uniformly perfect and complete mappings are introduced and investigated by the author in [1, 2, 3, 4].

Theorem 1. *Every uniformly continuous mapping $f : (X, \mathcal{U}) \to (Y, \mathcal{V})$ has at least one compactification ($\equiv$ of one uniformly perfect extension).*

Theorem 2. *Every uniformly continuous mapping $f : (X, \mathcal{U}) \to (Y, \mathcal{V})$ has maximal compactification ($\equiv$ a maximum uniformly perfect extension).*

Theorem 3. *Let $f : (X, \mathcal{U}) \to (Y, \mathcal{V})$ be a uniformly continuous mapping. Then the following conditions are equivalent:*

(1) *A mapping f is uniformly perfect.*
(2) *A mapping f is precompact and for any compact extension $(b_cY, b\mathcal{V}_c)$ of a uniform space $(Y, \mathcal{V})$ the mapping $b_c f$ satisfies to the condition $\beta_c f(\beta_s X \setminus X) \subseteq b_c Y \setminus Y$.*
(3) *A mapping f is precompact and the mapping $\beta_s f : (\beta_s X, \beta\mathcal{U}_s) \to (\beta_s Y, \beta\mathcal{V}_s)$ satisfies $\beta_s f(\beta_s X \setminus X) \subseteq \beta_s Y \setminus Y$.*

(4) *A mapping f is precompact and there is a compact extension $(b_cY, b\mathcal{V}_c)$ of a uniform space $(Y, \mathcal{V})$, such that for the extension $\beta_s f : (\beta_s X, \beta\mathcal{U}_s) \to (\beta_s Y, \beta\mathcal{V}_s)$ of the mapping f the inclusion $\beta_s f(\beta_s X \setminus X) \subseteq \beta_s Y \setminus Y$ holds.*

Taking this into account and assuming that U is a maximal precompact uniformity of a Tychonoff space X, then Theorem 3 implies well-known theorem of Henriksen and Isbell [7] in the form, contained in [6].

The set of all compactifications of a uniformly continuous mapping $f : (X,\mathcal{U}) \to (Y, \mathcal{V})$ will be denoted as $K(f)$. The set $K(f)$ is partially ordered by the order "$\leq$", which we introduced earlier. A partially ordered set $(K(f), \leq)$ is not empty (Theorem 1) and has a maximal element (Theorem 2).

We denote by $C(f)$ the set of all such uniformities U_P of a space X that, firstly $U_P \subseteq U$, and, the second, a mapping $f : (X, \mathcal{U}_c) \to (Y\mathcal{V})$ is precompact and uniformly continuous. The set $C(f)$ is partially ordered by the inclusion "$\subseteq$". A partially ordered set $(C(f), \subseteq)$ is not empty and has a maximal element.

Theorem 4. *There is an isomorphism $G : (K(f), \leq) \to (C(f), \subseteq)$ between the partially ordered sets $(K(f), \leq)$ and $(C(f), \subseteq)$.*

References:

[1] Borubaev A. A., *Absolutes of uniform spaces.* - Usp. Mat. Nauk, (1988), 43, no. 1, p. 193–194.(in Russian)
[2] Borubaev A. A., *Uniformly perfect mappings.* Reports Bolg. Academy of Sciences, (1989), 42, 1, p. 19–23.
[3] Borubaev A. A., *Geometry of uniformly continuous maps.* Comment. Academy of Sciences of the GSSR, (1990), 137, 3, p. 497–500.
[4] Borubaev A. A., *Uniform topology.* Edited in "Ilim Bishkek, 2013.(in Russian)
[5] Cain G. L., *Compactifications of mappings.* - Proc. Amer. Math. Soc.,(1969), 23, 2, p. 298–303.
[6] Engelking R., *General topology.* Berlin: Heldermann, 1989. 515 p.
[7] Henriksen M., Isbell J. R., *Some properties of compactifications.* - Duke Math. J., (1958), 25, p. 83–106.
[8] Ormotsadze R. N., *On points of closedness of mapping.* - Comment. Academy of Sciences of the GSSR, 135, 2, p. 277–280.(in Russian)
[9] Ormotsadze R. N., *On perfect maps.* - Comment. Academy of Sciences of the GSSR, (1985), 119, 1, p. 25–28.(in Russian)
[10] Pasynkov B. A., *On extending onto mappings some concepts and statements concerning spaces.* In the collection "Mappings and functors". MSU,(1984), p. 72–102. (in Russian)
[11] Ulyanov V. M., *On compactifications of countable character and absolutes.* - Matem. Sb.,(1975),98, 2, p. 223–254.(in Russian)
[12] Whyburn G. T., *A unified space of mappings.* - Trans. Amer. Soc., (1953), 74, p. 344–350.

ON β-LIKE COMPACTIFICATIONS AND INVERSION-CLOSED RINGS OF UNIFORM SPACES

Asylbek A. Chekeev

Kyrgyz National University, Mathematics, Kyrgyz-Turkish Manas University, Bishkek, Kyrgyz Republic

In [3] for uniform space uX by a normal base $\mathcal{Z} = \{Z(f) = f^{-1}(0) : f \in U(uX)\}$, where $U(uX)$ is a set of all uniformly continuous functions on uX Wallman compactification $\beta_u X$ [1, 8] and Wallman realcompactification $v_u X$ [11] had been constructed and their uniformities had been described. The compactification $\beta_u X$ is a β-like compactification [10], and it is connected with an algebra $C_u(X)(C_u^*(X))$ of all (bounded) u-continuous functions on uX in sense [2, 4]. We note, that $C_u(X)$ is an algebra with inversion in sense [6, 7, 9]. Now for the rings $C_u(X)$ and $C_u^*(X)$ a uniform analogues of Gelfand–Kolmogoroff and Stone Theorems have been proved, which are established a homeomorphism between $\beta_u X$ and a space of maximal ideals of the rings $C_u(X)$ and $C_u^*(X)$ with Stone topology. Due to Wallman realcompactification $v_u X$ z_u-complete uniform spaces are determined and a uniform analogue of Hewitt Theorem [5, 3.12.21(g)] have been proved.

References:
[1] Aarts J. M., Nishiura T., *Dimension and Extensions,* - North-Holland, 1993. 331 p.
[2] Charalambous M. G., *A new covering dimension function for uniform spaces,* J. London Math. Soc. 2(11) (1975), p. 137–143.
[3] Chekeev A. A., *Uniformities for Wallman compactifications and realcompactifications,* - Topology Appl., V.201., (2016), p.145–156.
[4] Frolik Z., *A note on metric-fine spaces,* Proc. Amer. Math.Soc.,V. 46, n.1, (1974), p.111–119.
[5] Engelking R., *General Topology,* Berlin: Heldermann, 1989. 515 p.
[6] Hager A. W., Johnson D. J., *A note on certain subalgebras of $C(X)$,* Canad. J. Math. 20(1968), p. 389–393.
[7] Hager A.W., *On inverse-closed subalgebra of $C(X)$,* Proc. Lond. Math. Soc. 19(3)(1969), p. 233–257.
[8] Iliadis S. D., *Universal spaces and mappings,* North-Holland Mathematics Studies, 198. Elsevier Science B.V., 2005, Amsterdam. 559 p.
[9] Isbell J . R., *Algebras of uniformly continuous functions,* Ann. of Math., 68 (1958), p. 96–125.
[10] Mrówka S., *β-like compactifications,* Acta Math. Acad. Sci. Hungaricae, 24 (3-4)(1973), p. 279–287.
[11] Steiner A. K., Steiner E. F., *Nest generated intersection rings in Tychonoff spaces,* Trans. Amer. Math. Soc. 148 (1970), p. 589–601.

Lego-like spheres and tori

Michel Deza and Mathieu Dutour Sikirić

Given a connected surface $\mathbb{F}_2$ with Euler characteristic χ and three integers $b > a \geq 1 < k$, an $(\{a,b\};k) - \mathbb{F}_2$ is a $\mathbb{F}_2$-embedded graph, having vertices of degree only k and only a- and b-gonal faces. The main case are (geometric) fullerenes $(5,6;3) - \mathbb{S}^2$.

Call an $(\{a,b\};k)$-map lego-admissible if either $\frac{p_b}{p_a}$, or $\frac{p_a}{p_b}$ is integer. Call it *lego-like* if it is either *ab^f-lego map*, or *$a^f b$-lego map*, i.e., the face-set is partitioned into $\min(p_a,p_b)$ isomorphic clusters, *legos*, consisting either one a-gon and $f = \frac{p_b}{p_a}$ b-gons, or, respectively, $f = \frac{p_a}{p_b}$ a-gons and one b-gon; the case $f = 1$ we denote also by ab.

Call a $(\{a,b\};k)$-map *elliptic, parabolic* or *hyperbolic* if the curvature $\kappa_b = 1 + \frac{b}{k} - \frac{b}{2}$ of b-gons is positive, zero or negative, respectively.

All 13 elliptic $(\{a,b\};k) - \mathbb{S}^2$ with $(a,b) \neq (1,2)$ are ab^f.

No $(\{1,3\};6) - \mathbb{S}^2$ is lego-admissible. For other 7 families of parabolic $(\{a,b\};k) - \mathbb{S}^2$, each lego-admissible sphere with $p_a < p_b$ is $a^f b$ and an infinity (by *Goldberg–Coxeter operation*) of ab^f-spheres exist.

The number of hyperbolic ab^f $(\{a,b\};k) - \mathbb{S}^2$ with $(a,b) \neq (1,3)$ is finite. Such $a^f b$-spheres with $a \geq 3$ have $(a,k) = (3,4)$, (3, 5), (4, 3), (5, 3) or (3, 3); their number is finite for each b, but infinite for each of 5 cases $(a;k)$. Any lego-admissible $(\{a,b\};k) - \mathbb{S}^2$ with $p_b = 2 \leq a$ is $a^f b$.

We list, explicitly or by parameters, lego-admissible $(\{a,b\};k)$-maps among: hyperbolic spheres, spheres with $a \in \{1,2\}$, spheres with $p_b \in \{2, \frac{p_a}{2}\}$, Goldberg– Coxeter's spheres and $(\{a,b\};k)$-tori.

We present extensive computer search of lego-like spheres: 7 parabolic (p_b-dependent) families, basic examples of all 5 hyperbolic $a^f b$ (b-dependent) families with $a \geq 3$ and toric azulenoids $(\{5,7\};3) - \mathbb{T}^2$.

The Mackey topology problem

Dikranian Dikran Niscian, Aussenhofer Lydia
Udine University, Italy

According to the classical Mackey theorem, every locally convex topological vectors space admits a finest compatible locally convex vector space topology. Replacing continuous linear functionals by continuous characters, Vilenkin introduced a nice and natural counterpart of local convexity, namely local quasi-convexity, for topological abelian groups. Here the problem of the existence of a finest local quasi-convex compatible group topology (called the Mackey topology in honor of George Mackey), raised in the nineties of the last century, is still open. We discuss the recent progress in the field and present some new results (e.g., a complete solution of the problem in the case of locally quasi convex groups of finite exponent).

Triples of infinite iterates of convex subfunctors on functor of the positively homogeneous functionals

G. F. Djabbarov
Tashkent, Uzbekistan

The present paper is devoted to study of the space of all weakly additive, order-preserving, normalized and positively-homogeneous functionals on a metric compactum. We construct an analogue of the modified Kantorovich–Rubinstein metric on the space $OH(X)$ of all weakly additive, order-preserving, normalized and positively-homogeneous functionals on a metric compactum X. We investigate under what conditions subfunctors of the functor OH will be perfectly metrizable. We prove that under natural assumptions on X the triple $(\mathcal{F}_+^\omega(X), \mathcal{F}_+^{++}(X), \mathcal{F}_+^+(X))$ is homeomorphic to the triple $(Q, s, \operatorname{rint} Q)$, where $\mathcal{F}$ is a convex subfunctor of the functor OH_+.

Cantor set in $\mathbb{R}^3$ ambiently universal for a special family of Antoine Necklaces

Olga Frolkina
Moscow State University, Russia

Let F be a family of sets in $\mathbb{R}^3$. A set $U \subset \mathbb{R}^3$ is called *ambiently universal set for the family* F if for each set $M \in F$ there exists a homeomorphism h_M of $\mathbb{R}^3$ onto itself such that $h_M(M) \subset U$.

Bothe showed that in $\mathbb{R}^3$ there does not exist a closed zero-dimensional set ambiently universal for all Cantor sets [1].

Proof of Theorem 5.1 in [3] implies that in $\mathbb{R}^3$ there does not exist a closed zero-dimensional set ambiently universal for all ramified Antoine necklaces. (By Antoine necklace we mean Cantor sets in $\mathbb{R}^3$ of special type; they generalize classical Antoine's construction and were defined in [2]. A ramified Antoine necklace is a Cantor set obtained by using both analogue of Antoine construction and a ramification procedure described in [3].)

In the talk we will define some special classes of Antoine necklaces and discuss the existence of Cantor sets ambiently universal for these families.

This work is supported by the Russian Foundation for Basic Research Grant No. 15-01-06302.

References:

[1] H.G.Bothe, *Zur Lage null- und eindimensionaler Punktmengen.* Fund. Math. LVIII (1966), 1-30.
[2] R.B.Sher, *Concerning wild Cantor sets in E^3.* Proc. Amer. Math. Soc. 19 (1968), 1195-1200.
[3] D.G. Wright, *Ambiently universal sets in E^n.* Trans. Amer. Math. Soc. 277, 2 (1983), 655-664.

On quasi Isbell topology

D.N. Georgiou[a] and A.C. Megaritis[b]
[a] University of Patras, [b] Technological Educational Institute of Western Greece

In this talk we present the so called quasi Scott topology on a complete lattice, denoted by τ_{qSc}. This topology is always larger than or equal to the Scott topology and smaller than or equal to the strong Scott topology. If we consider the complete lattice $\mathcal{O}(Y)$ of all open subsets of a space Y, then the topology τ_{qSc} on $\mathcal{O}(Y)$ defines, by a standard way, on the set $C(Y;Z)$ of all continuous maps of the space Y to a space Z a topology t_{qIs} calling quasi Isbell topology. This topology is always larger than or equal to the Isbell topology and smaller than or equal to the strong Isbell topology. Results and problems concerning the topologies τ_{qSc} and t_{qIs} are given.

References:

[1] D. N. Georgiou, A. C. Megaritis, *The Quasi Scott (Lawson) Topology and q-Continuous (q-Algebraic) Complete Lattices*, Filomat 29:1 (2015), 193–207.
[2] D. N. Georgiou, A. C. Megaritis, *The quasi Isbell topology on function spaces*, Colloq. Math. 2590 (2015), 13-24.

MOVABILITY OF SHAPE MORPHISMS AND THE WHITEHEAD THEOREM IN SHAPE THEORY

P. S. Gevorgyan and I. Pop
Moscow State Pedagogical University, Russia; and Al. I. Cuza University, Iasi, Romania

The classical theorem of J. H. C. Whitehead has played an important role in homotopy theory. In shape theory there are several results analogous to the Whitehead theorem, which are proved for movable spaces. In this paper we introduce the notions of movable and co-movable shape morphisms and state the Whitehead theorem in shape theory for these morphisms.

Definition 1. Let $\mathbf{X} = (X_\lambda, p_{\lambda\lambda'}, \Lambda)$ and $\mathbf{Y} = (Y_\mu; q_{\mu\mu'}; M)$ be inverse systems in a category $\mathcal{C}$ and $(f_\mu;\phi) : \mathbf{X} \to \mathbf{Y}$ a morphism of inverse systems. We say that the morphism $(f_\mu;\phi)$ is movable if every $\mu \in M$ admits $\lambda \in \Lambda$, $\lambda \geq \phi(\mu)$, such that each $\mu' \in M$, $\mu' \geq \mu$, admits a morphism $u : X_\lambda \to Y_{\mu'}$, in the category $\mathcal{C}$, which satisfies $f_\mu \circ p_{\phi(\mu)\lambda} = q_{\mu\mu'} \circ u$.

Definition 2. Let $\mathbf{X} = (X_\lambda, p_{\lambda\lambda'}, \Lambda)$ and $\mathbf{Y} = (Y_\mu; q_{\mu\mu'}; M)$ be inverse systems in a category $\mathcal{C}$ and $(f_\mu;\phi) : \mathbf{X} \to \mathbf{Y}$ a morphism of inverse systems. We say that the $(f_\mu;\phi)$ is *co-movable morphism* provided every $\mu \in M$ admits $\lambda \in \Lambda$, $\lambda \geq \phi(\mu)$ (called a *co-movability index* of μ relative to $(f_\mu;\phi)$) such that each $\lambda' \geq \phi(\mu)$ admits a morphism $r : X_\lambda \to X_{\lambda'}$ of $\mathcal{C}$ which satisfies $f_{\mu\lambda} = f_{\mu\lambda'} \circ r$.

Definition 3. A morphism in a pro-category pro-$\mathcal{C}$, $\mathbf{f} : \mathbf{X} \to \mathbf{Y}$, is called *movable* (*co-movable*) if $\mathbf{f}$ admits a representation $(f_\mu;\phi) : \mathbf{X} \to \mathbf{Y}$ which is movable (co-movable).

Definition 4. A shape morphism $F : X \to Y$ is movable (co-movable) if it can be represented by a movable (co-movable) pro-morphism $\mathbf{f} : \mathbf{X} \to \mathbf{Y}$.

Theorem 1. An inverse system $\mathbf{X} = (X_\lambda, p_{\lambda\lambda'}; \Lambda)$ is movable if and only if the identity morphism 1_X is movable (co-movable).

Now we can formulate two variants of Dydak's infinite-dimensional White- head theorem in shape theory [1].

Theorem 2. Let $F : (X, *) \to (Y; *)$ be a weak shape equivalence of pointed connected topological spaces. Suppose that X is of finite shape dimension, $sh\, X < \infty$, and that F is a movable pointed shape domination. Then F is a pointed shape equivalence.

Theorem 3. Let $F : (X, *) \to (Y, *)$ be a weak shape equivalence of pointed connected topological space. Suppose that Y is of finite shape dimension, $sh\, Y < \infty$, and that F is a co-movable pointed shape morphism which has a left inverse. Then F is a pointed shape equivalence.

References:

[1] J. Dydak, *The Whitehead and Smale Theorems in Shape Theory*, Dissertations Math. 156 (1979), 1-55.
[2] P.S. Gevorgyan, *Movable categories*, Glas. Mat. Ser. III, 38 (2003),177-183.
[3] P.S.Gevorgyan and I.Pop, *Uniformly movable categories and uniformly movability of toplogical sapces*, Bull. Pol. Acad. Sci. Math., 55 (2007), 229-242.

[4] I. Pop, *On movability of pro-morphisms*, Analele Universitatii de Vest, Timisoara. Seria Matematica-Informatica , Vol. XLVIII, 1,2 (2010), 223-238.

The fixed points of multimaps on a surface with application to the torus — a Braid approach

D. L. Gonçalves, J. Guaschi
University of Sao Paulo, Brasil

Let $\phi : S \to S$ be a n-valued continuous multimap on some compact surface S. First we classify the homotopy classes of multimaps where for most of the surfaces the classification is given in terms of the braids on n-strings of the surface S. Then we give an algebraic criterion to decide which homotopy classes contains a multimap which is fixed point free. We will focus on the cases where S is a closed surface of Euler characteristic ≤ 0. Despite the fact that the algebraic criterion is quite hard, we performe some specific calculations for the case where S is the torus. The concept of Nielsen number for a surface has been developed. Then I explain the status of the Wecken property for multimaps on the torus. In fact it is an open question if there is an example of a multimap which has Nielsen number zero but it can not be deformed to fixed point free. Finally a brief exposition about the case of the projective plane should be presented.

Braids and the inclusion of the configuration space into the product for Surfaces and Spherical spaces

D. L. Gonçalves
University of Sao Paulo, Brasil

Given a space X we denote by $F_n(X)$ the nth configuration space of X, which is the subset of consisting of the elements $(x_1, \ldots, x_n)$ of the Cartesian product $X \times \cdots \times X$ (n copies) for which $x_i \neq x_j$ for $i \neq j$. In order to understand better $F_n(X)$, we compare certain properties of the two spaces $F_n(X)$ and $X \times \cdots \times X$ (n copies), such as their fundamental group and their homotopy type. In the latter case, this corresponds to determining the homotopy fibre of the inclusion, i.e. a space $F(\iota)$ such that $F(\iota) \to F_n(X) \to X \times \cdots \times X$ looks a fibration. The two problems are related and they may be equivalent or not, depending on X. The study of these questions were motivated by the case where X is a surface. In this talk we present the recent results for the cases where X is either the sphere, the projective plane or the quotient of an odd sphere by a finite group. The groups are determined by means of a presentation, and a few of their properties are explored. Concerning the homotopy fibre of the inclusion, the results are given in terms of the spheres, loop spaces and notoriously the equivariant configuration spaces, a concept introduced in [CX]. The results above contain a solution of a problem for X either S^2 or RP^2, which in the case of X a closed surface different from S^2 and RP^2 it was proposed by [Bi] and solved in [Gol]. For further results see [GGG], [GG1], [GG2]. One type of result that we get, is illustrated in the following statement:

Theorem. *Let $n \geq 2$. With the above notation, the homotopy fibre I_{ι_n} of the inclusion map $\iota_n : F_n(RP^2) \to \prod_1^n RP^2$ has the homotopy type of $F_{n-1}^{Z_2}(C) \times \Omega\left(\prod_1^{n-1} S^2\right)$, or equivalently of $K(G_{n-1}; 1) \times \Omega\left(\prod_1^{n-1} S^2\right)$, where $F_{n-1}^{Z_2}(C)$ is the orbit configuration space of the cylinder and G_{n-1} is the orbit braid group i.e. $\pi_1(F_{n-1}^{Z_2}(C))$.*

References:

[Bi] J. S. Birman: On braid groups, Comm. Pure and Appl. Math., 22, 1969, 41-72.
[CoXi] F. R. Cohen and M. A. Xicoténcatl: On orbit configuration spaces associated to the Gaussian integers: homotopy and homology groups, in Arrangements in Boston: a Conference on Hyperplane Arrangements (1999), Topol. Appl. 118, 2002, 17-29.

[Gol] C. H. Goldberg: An exact sequence of braid groups, Math. Scand. 33, 1973, 69-82.
[GGG] M. Golasinski, D. L. Gonçalves and J. Guaschi: On the homotopy fibre of the inclusion map $F_n(X) \hookrightarrow \prod_1^n X$ for some orbit spaces X. Preprint 2016.
[GG1] D. L. Gonçalves and J. Guaschi: A survey of the homotopy properties of inclusion of certain types of configuration spaces into the Cartesian product. To appear in the Chinese Annals of Mathematics.
[GG2] D. L. Gonçalves and J. Guaschi: The inclusion of configuration spaces of surfaces in Cartesian products, its induced homomorphism, and the virtual cohomological dimension of the braid groups of S^2 and RP^2. arXiv:1511.02101

On Živaljević Conjecture

D. Gugnin
Moscow State University, Russia

We will consider symmetric products $Sym^n(M^2_{g,k})$ of punctured compact Riemann surfaces (here g is the genus, k is the number of punctures). These spaces are open complex manifolds of real dimension $2n$. It is easy to show that for any pairs (g,k) and (g',k') the corresponding open manifolds are homotopy equivalent iff $2g+k=2g'+k'$. The following Conjecture was posed by Rade Živaljević in 2003.

Conjecture. Suppose that $2g+k=2g'+k'$ and $g \neq g'$. Then open manifolds $Sym^n(M^2_{g,k})$ and $Sym^n(M^2_{g',k'})$ are not continuously homeomorphic for all $n \geq 2$.

This conjecture was proved by Živaljević for $n=2$ and some other special cases. The aim of this talk is to present the proof of the conjecture in full generality. Moreover, we have proved that the corresponding manifolds are still not homeomorphic even after taking there direct product with $\mathbb{R}^N$ for any $N \geq 0$.

Restrictions of homeomorphisms on compactifications

Miroslav Hušek

There are several results asserting that a homeomorphism between compactifications of X, Y entails a homeomorphism between the spaces X and Y (for instance, results by E.Čech, J.R. Isbell, S.Mrówka). Classical approach used large cardinalities of closed subsets of remainders. Our more general results use convergence. Uniformities play important role in our approach.

Two cases may appear. The first one concerns the situation when the restriction of homeomorphisms $bX \to bY$ maps X onto Y. The second case concerns a situation when homeomorphisms $bX \to bY$ imply existence of homeomorphisms $X \to Y$ – that reminds a kind of Banach-Stone–like theorems. Indeed, if X, Y are uniform spaces and the lattices $U(X)$, $U(Y)$ of uniformly continuous real-valued maps are isomorphic, then the lattices $U^*(X)$, $U^*(Y)$ are isomorphic and, thus, the Samuel-Smirnov compactifications sX, sY are homeomorphic (see [1]). So, if that implies homeomorphism of X, Y, we have an implication: isomorphism of $U(X)$, $U(Y)$ implies homeomorphism of X, Y, i.e. a Banach-Stone–like theorem. Such approach was studied in [2].

Typical results (1-4 deal with restrictions of homeomorphisms):
1. *Let X, Y be proximally complete in their compactifications bX, bY, resp. If every point of X, Y has a linearly ordered neighborhood base and bX, bY are homeomorphic, then X, Y are homeomorphic.*
2. *Let X, Y be complete uniform spaces having linearly ordered bases. If sX, sY are homeomorphic, then X, Y are uniformly homeomorphic.*
3. *If compactifications bX, bY of Čech-complete, proximal complete and pseu- doradial spaces X, Y are homeomorphic then X and Y are homeomorphic.*

4. *Let X, Y be sequential spaces with homeomorphic sX, sY. Then realcomple- tions of X, Y are homeomorphic.*
5. *Let X, Y be uniform spaces having no uniformly discrete subset of Ulam measurable cardinality. If the lattices $U(X)$ and $U(Y)$ are isomorphic, then X, Y are uniformly homeomorphic if X, Y are complete, proximally fine and locally fine.*

In case the lattice isomorphism preserves constants, then the assertion holds if X, Y are complete, finitely dimensional and RE-spaces.

References:

[1] Hušek, M., *Lattices of uniformly continuous functions determine their sub- lattices of bounded functions*, Topology Appl. 182 (2015), 71–76.

[2] M.Hušek, A.Pulgarín, *When lattices of uniformly continuous maps on X determine X*, Topology Appl. 194 (2015), 228–240.

On metric order in spaces of the form $\mathcal{F}(X)$

A. V. Ivanov
Petrozavodsk State University, Russia

For a normal functor $\mathcal{F}$ and a point $\xi \in \mathcal{F}(Y)$ (Y is a compact metric space) we define lower and upper metric orders $\underline{o}(\xi)$ and $\overline{o}(\xi)$ as a speed of approximation of ξ by points $\xi_n \in \mathcal{F}_n(Y)$. If $\mathcal{F}$ is the exponential functor exp then $\underline{o}(\xi)$ and $\overline{o}(\xi)$ coinside, respectively, with classical lower and upper capacitarian dimensions $\underline{\dim}_B\xi$ and $\overline{\dim}_B\xi$ of a closed subset $\xi \subset Y$. We establish some properties of $\underline{o}(\xi)$ and $\overline{o}(\xi)$ and pose several questions, concerning, in particular, metric orders in superextension $\lambda(Y)$.

SOME REMARKS TO THE CLASS OF HARMONIC QUASICONFORMAL MAPPINGS AND APPLICATIONS

Miljan Knežević

We give a new idea how to consider some important properties of the hyperbolic metric to obtain results of the Schwarz-Pick type for the class of HQC mappings. By using some estimates for hyperbolic partial derivatives for HQC mappings, that act between various domains, we discus the hyperbolic bi- Lipschicity of those mappings.

SOME COANALYTIC ABSORBERS IN DIMENSION THEORY

P. Krupski
University of Wroclaw, Poland

Some recent and older results will be revisited concerning coanalytic absorbers in hyperspaces of compacta of Hilbert cube manifolds. In particular, the families of strongly countable dimensional, weakly infinite dimensional and C-compacta will be discussed.

Topology of the spaces of functions with prescribed singularities on surfaces

E. A. Kudryavtseva
Moscow State University, Russia

We study the space F of smooth functions with prescribed local singularities of the A_μ-types on a fixed smooth two-dimensional surface. We describe the homotopy type of this functional space F, endowed with the C^∞-topology. We also describe the decomposition of F into the classes of topologically equivalent functions. Here, by a topological equivalence classes, we mean orbits of the action of the group of "left-right changings of coordinates" on F. It turns out that the (infinite-dimensional) space F has the homotopy type of a finite-dimensional manifold, consisting of nice blocks ("toric handles") and having a nice combinatorial structure.

On cohomology operations for polyhedral products

I. Limonchenko
Moscow State University, Russia

Starting with a simplicial complex K and a pair of spaces (X,A) V.M.Buchstaber and T.E.Panov constructed a topological space with a compact toruc action called a polyhedral product. It was motivated by a topologycal study of projective toric varieties due to M.Davis and T.Januszkiewicz and generalizes the notion of a moment-angle-manifold Z_P of a simple polytope P, introduced by them in 1991. In 1998 V.M.Buchstaber and T.E.Panov introduced a construction of a CW complex Z_K called a moment-angle-complex and proved it to be equivariantly homeomorphic to Z_P when K is a nerve complex of a convex simple polytope P. They also computed cohomology ring of Z_K in terms of the Tor-algebra of K, a well known notion in combinatorial commutative algebra, therefore linking toric topology with algebra. The topology of Z_K can be very complicated in general; e.g., recently the case when the face ring of K is a Golod ring was studied intensively, in that case Z_K is a rational wedge of spheres and thus a rationally formal space. In 2008 T.E.Panov and N.Ray proved that quasitoric manifolds of Davis and Januszkiewicz (and, therefore, all projective toric varieties) are formal. However, moment-angle-manifolds can be nonformal, having nontrivial higher Massey operations in cohomology. The first example was constructed in 2003 by I.V.Baskakov. In this talk we are going to introduce combinatorial conditions for graph-associahedra and generalized associahedra P under which there are nontrivial higher Massey operations in cohomology of Z_P. We also determine a family of n-dimensional flag nestohedra P starting with a simple 3-polytope dual to the Baskakov 2-sphere, which are not graph-associahedra, s.t. there is a nontrivial n-fold Massey product in cohomology of Z_P for any n starting with 3. The latter polytopes are 2-truncated cubes, a class of polytopes introduced and studied by V.M.Buchstaber and V.D.Volodin (any such a polytope can be realized as a sequence of codimension 2 face truncations starting with an n-cube).

SOME PROPERTIES OF TOPOLOGICAL SPACES RELATED TO THE LOCAL DENSITY

N. K. Mamadaliev
Institute of Mathematics of National University of Uzbekistan Tashkent, Uzbekistan

The local density of topological spaces is investigated. It is proved that for stratifiable spaces the local density and the local weak density coincide, these cardinal numbers are preserved under open mappings, are inverse invariant of a class of closed irreducible mappings. Moreover, it is showed that the functor of probability measures of finite supports preserves the local density of compacts.

The local properties play an important role in general topology. For instance, compactness in R^n is equivalent to total boundedness and closedness. In the case of local compactness boundedness is not necessary. In a case of locality some properties can be lost or some new properties may appear. For example, an open subspace of a compact space may often be non-compact. But any open subspace of a locally compact space is locally compact.

In the paper we consider the local density and the local weak density of topological spaces. We investigate what properties are preserved in a local cases or what properties may appear.

It is known that the density is preserved under continuous onto mappings, is hereditary with respect to F_σ-sets and closed domains. The continuum product of separable spaces is separable, any compact extension of a weakly separable space is weakly separable.

It turns out that the local density is not preserved under a continuous mapping, a compact extension of a locally separable space can be not locally separable, the product of infinitely many locally separable spaces is not always locally separable.

Resolvable-measurable mappings of metrizable spaces

S. Medvedev
South Ural State University, Chelyabinsk, Russia

A mapping $f : X \to Y$ is called resolvable-measurable if the preimage of every open subset of Y is a resolvable subset of X. We study properties of such mappings for metrizable spaces. In particular, we show that every resolvable-measurable mapping of a metrizable space X is piecewise continuous.

Pro-nilpotent Lie algebras of maximal class: cohomology and deformations

D. V. Millionshchikov
Moscow State University, Russia

Pro-nilpotent Lie algebras are topological Lie algebras that are projective limits of nilpotent Lie algebras. A pro-nilpotent Lie algebra $\mathfrak{g}$ is of maximal class if

$$\sum_{i=1}^{+infty} (\dim C^i\mathfrak{g}/C^{i+1}\mathfrak{g} - 1) = 1.$$

One of important examples of pro-nilpotent Lie algebras of maximal class is the Landweber-Novikov algebra (tensored by reals) in complex cobordisms theory.

We will discuss cohomology and deformations of graded pro-nilpotent Lie algebras of maximal class.

SOME CARDINAL AND TOPOLOGICAL PROPERTIES OF COMPLETE LINKED SYSTEMS

F. G. Mukhamadiev
Tashkent State Pedagogical University named after Nizami, Uzbekistan

A.V. Ivanov defined the space NX of complete linked systems (CLS) of a space X in a following way:

Definition 1. [1]. A linked system M of closed subsets of a compact X is called a complete linked system (a CLS) if for any closed set of X, the condition "Any neighborhood OF of the set F consists of a set $\Phi \in M$" implies $F \in M$.

Obviously, any MLS ξ is a CLS, hence, $\lambda X \subset NX$.

Definition 2 [2]. Let M be a complete linked system of a compact X. The CLS M will be said a thin complete linked system if M contains at least one finite element. We denote a thin complete linked system M by a $TCLS$.

Definition 3 [2]. We call an N-thin kernel of a topological space X the space $N^*X = \{M \in NX : M \text{ is a } TCLS\}$.

Theorem 1. Let X be a topological T_1-space. Then:

1) $\pi w(N^*X) = \pi w(N_{cm}X) = \pi w(N_cX) = \pi w(X)$;

2) $d(X) = d(N^*X) = d(N_{cm}X)$;

3) $n\pi w(N^*X) = n\pi w(N_{cm}X) = n\pi w(X)$;

4) If X is an infinite Tychonoff space, then $wd(N^*X) = wd(N_cX) = wd(N_{cm}X) = wd(NX) \leq wd(X)$.

Definition 4 [3]. Let P be a family of subsets of a space X and $\tau(X)$ is the topology on X. P is called a k - network if whenever K is a compact subset of X and $K \subset U \in \tau(X)$, there is a finite subfamily $P' \subset P$ such that $K \subset \cup P' \subset U$.

Theorem 2. Suppose that topological space X have k-network of cardinality $\tau \geq \aleph_0$, then the space N^*X has a k-network of cardinality $\geq \tau$.

Theorem 3. Suppose that topological space X have k-network of cardinality $\tau \geq \aleph_0$, then the space N_cX has a k-network of cardinality $\geq \tau$.

Theorem 4. Suppose that topological space X have k-network of cardinality $\tau \geq \aleph_0$, then the space $N_{cm}X$ has a k-network of cardinality $\geq \tau$.

References:

[1]. Ivanov A.V., *Cardinal-valued invariants and functors in the category of bicompacts.* Doctoral thesis in physics and mathematics. Petrozavodsk. 1985.

[2]. Makhmud T., *Cardinal-valued invariants of spaces of linked systems.* Candidate thesis in physics and mathematics. Moscow State University, Moscow. 1993.

[3]. Li Zhaowen, Lin Fucai, Liu Chuan., *Asymptotical method. Networks on free topological groups.*, Topology and its Applications, vol. 180, (2015) p. 180-198.

On sequential separability of functional spaces

A. V. Osipov, E. G. Pytkeev

Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics Ekaterinburg, Russia

In this research, we give necessary and sufficient conditions for the space of first Baire class functions on a Tychonoff space, with pointwise topology, to be (strongly) sequentially separable.

DUALITY PRINCIPLE IN OSSERMAN MANIFOLDS

Zoran Rakić

Faculty of Mathematics, Belgrade, Serbia

Let (M, g) be a pseudo-Riemannian manifold, with curvature tensor R. The Jacobi operator R_X is the symmetric endomorphism of T_pM defined by $R_X(Y) = R(Y; X)X$. In Riemannian settings, if M is locally a rank-one symmetric space or if M is flat, then the eigenvalues of R_X are constant on SM. Osserman wondered if the converse held; this question is usually known as the *Osserman conjecture*.

In the last two decades, many authors have been studied problems arising from the Osserman conjecture and its generalizations. In the first part of the lecture we will give an overview of Osserman type problems in the pseudo-Riemannian geometry. The second part of the lecture is devoted to some generalizations of duality principle and the equivalence of duality principle and Osserman pointwise condition. This part of the lecture consists the new results, which are obtained in collaboration with Yury Nikolayevsky and Vladica Andrejić.

Convex sections of rectangular sets and splitting of selections

P. V. Semenov
Moscow State University, Russia

In the talk we propose some affirmative results and some counterexamples for a resolution of splitting problem for n multivalued mappings, $n > 2$.

Homothety Curvature Homogeneity and Homothety Homogeneity

Stana Nikčević Simić
University of Belgrade, Serbia

We examine the difference between several notions of curvature homogeneity and show that the notions introduced by Kowalski and Vanzurova are genuine generalizations of the ordinary notion of k-curvature homogeneity. The homothety group plays an essential role in the analysis. We give a complete classification of homothety homogeneous manifolds which are not homogeneous and which are not VSI and show that such manifolds are cohomogeneity one. We also give a complete description of the local geometry if the homothety character defines a split extension.

Joint work with E. Garcia-Rio and P. Gilkey.

Amenability, twisted inner amenability, and ICC

E. Troitsky (joint work with A. Fel'shtyn and N. Luchnikov)
Moscow State University, Russia

Let ϕ be an automorphism of a discrete group G. The talk is devoted to the study of the twisted inner representation γ_G^ϕ defined by

$$\gamma_G^\phi(x)(f)(g) = f(xg\phi(x^{-1})), \quad x, g \in G, \quad f \in \ell^2(G).$$

We prove under supposition of finiteness of stabilizers of ϕ-twisted action, that γ_G^ϕ is weakly contained in the regular representation λ_G. Moreover, γ_G^ϕ is weakly contained in λ_G if and only if the stabilizer $C_\phi(a)$ of the ϕ-twisted action is amenable for all $a \in G$. It is proved that λ_G is weakly contained in γ_G^ϕ for any ICC group G.

Consider an automorphism ϕ of a finitely generated residually finite group G with finite Reidemeister number. Then G is ϕ-inner amenable in an appropriate sense if and only if it is amenable. This differs from the case of inner amenability (i.e. Id-inner amenability).

On generalized normality and semiregularization topology

A. N. Yakivchik
Moscow State University, Russia

A topological space X is *nearly normal* (Mukherjee–Debray 1998, 2005) if any two its disjoint subsets, of which one is regular closed and the other is δ-closed (i.e., complementary to a set open in the semiregularization topology on X), have disjoint open neighborhoods. Furthermore, *semi near normality* (Mukherjee–Mandal 2014) of X means separation by open neighborhoods of any two disjoint subsets in X, of which one is arbitrary closed and the other is δ-closed. Using well known plank methods, we show that a nearly normal Tychonoff space (even possessing many pleasant properties) may fail to be semi nearly normal. We also discuss relations between several other generalized normality properties such as almost normality, δ-normality etc.

О классифицирующем свойстве регулярных представлений

С. М. Агеев
Белорусский государственный университе Минск, Беларусь

Будет показано, что для связной компактной группы Ли гильбертово G-пространство $L_2(G)$ и банахово G-пространство $C(G; C^1)$ являются универсальными G-пространствами в смысле Пале, т.е. классифицируют G-пространства.

Торические оригами многообразия и метрические свойства планарных графов

А. А. Айзенберг
НИУ ВШЭ, Москва, Россия

Понятие торического оригами многообразия является естественным обобщением понятия симплектического торического многообразия: вместо симплектической формы допускаются замкнутые 2-формы, с не очень плохими вырождениями. Симплектические торические многообразия классифицируются при помощи дельзановых многогранников (образов отображения моментов). Торические оригами многообразия классифицируются при помощи оригами шаблонов — наборов дельзановых многогранников вместе с данными о складках.

Наличие торической оригами структуры накладывает на топологию многообразия определенные ограничения, хотя до недавнего времени было непонятно какие именно. Масуда и Пак доказали, что любое 4-мерное квазиторическое многообразие допускает наличие торической оригами структуры. В докладе я хочу рассказать, как, используя метрические свойства планарных триангуляций, можно построить 6-мерные квазиторические многообразия, не допускающие оригами структуры.

Совместная работа с Mikiya Masuda, Seonjeong Park, Haozhi Zeng.

q-квазиметрические пространства и точки совпадения

А.В. Арутюнов
Москва

Введены (q_1, q_2)-квазиметрические пространства и исследованы их свойства. Изучены накрывающие отображения, действующие из одного (q_1, q_2)-квазиметрического пространства в другое. Приведены достаточные условия существования точек совпадения двух отображений, действующих в этих пространствах, и удовлетворяющих предположению о том, что одно из этих отображений является накрывающим, а другое удовлетворяет условию Липшица. Эти результаты обобщены для многозначных отображений. Показана устойчивость точек совпадения относительно малых возмущений рассматриваемых отображений.

О дифференцированиях в групповых алгебрах

А. А. Арутюнов
Московский физико-технический институт, Россия

Результаты получены совместно с профессором А.С. Мищенко и доцентом А.И. Штерном.

Пусь G – некоторая дискретная группа и $C[G]$ соответствующая ей групповая алгебра. Назовем линейный оператор $d : C[G] \to C[G]$ – оператором дифференцирования (или деривацией) если для него выполнено тождество Лейбница

$$d(uv) = d(u)v + ud(v), \forall u, v \in C[G].$$

По группе G может быть построен группоид Γ следующим образом. В качестве объектов $Obj(\Gamma)$ возьмем множество элементов группы G, а в качестве морфизмов $Mor(\Gamma)$ множество всевозможных пар элементов группы. Морфизм (u, v) определим как стрелку из объекта $v^{-1}u$ в объект uv^{-1}. На множестве морфизмов определим частичную операцию $\circ$. Если конец морфизма $\phi_1 = (u_1, v_1)$ совпадает с началом морфизма $\phi_2 = (u_2, v_2)$ то

$$\phi_1 \circ \phi_2 = (u_2 v_1, v_2 v_1).$$

Теорема 1. *Определенная таким образом струкура Γ является группоидом.*

В терминах построенного таким образом группоида удобно изучать дифференцирования на групповой алгебре. Отображение $\chi : Mor(\Gamma) \to C$ мы будем называть характером на группоиде Γ если для любой пары морфизмов ϕ_1, ϕ_2 между которыми определена операция $\circ$ выполняеся $\chi(\phi_1 \circ \phi_2) = \chi(\phi_1) + \chi(\phi_2)$.

Действие деривации d на элемент групповой алгебры $u = \sum\limits_{g \in G} \lambda^g g$, может быть записано в виде

$$d(u) = \sum_{g \in G} \left(\sum_{h \in G} d_h^g \lambda^h \right) g$$

Теорема 2. *Для любой деривации d существует такой характер χ, что $d_h^g = \chi(g, h)$.*

Оказывается, что характеры могут быть изучены в групповых терминах, а именно при помощи централизаторов элементов группы G.

В частности имеет место

Теорема 3. *Если d – оператор внутреннего дифференцирования (коммутатор с элементом группы) то $\chi(\phi) = 0$, для всех морфизмов ϕ у которых начало и конец совпадают.*

О проблемах Кервера в стабильной теории гомотопий

П. М. Ахметьев
ИЗМИРАН; МИЭМ, Москва

Проблема Кервера является одной из нерешенных полностью фундаментальных проблем в стабильной теории гомотопий.

1. Сформулируем проблему Кервера для стабильной гомотопической группы Π_n; сильную проблему Кервера для многообразия Штифеля $(m, 2)$; обобщенную проблему Кервера для стабильной гомотопической группы $\Pi_n(P_{n/2-1}$ усеченного проективного пространства; $m = 2^l - 1$,

$n = 2^{l+1} - 2$. Открытым, в частности, является вопрос: "верно ли, что проблема Кервера имеет отрицательное решение для Π_{126}" (гипотеза Снайта)? 2. Напомним положительное решение сильной проблемы Кервера для $(15, 2)$ и положительное решение проблемы Кервера для Π_{30}. 3. Остановимся на приложении сильной проблемы Кервера для конечномерной модели пространства случайных узлов ограниченной скалярной кривизны и обсудим с прикладной точки зрения вопрос о целесообразности решать обобщенную проблему Кервера.

Коммутант многомерной группы Дженнингса

С. А. Богатый, С. И. Богатая
Московский государственный университет, Россия

Вводится многомерный аналог группы Дженнингса и в случае, когда кольцо коэффициентов является полем характеристики 0 вычисляются коммутанты различных подгрупп.

Проблема реализации циклов и малые накрытия над граф-ассоциэдрами

А. А. Гайфуллин
МИРАН и МГУ, Москва

Проблемой Стинрода о реализации циклов называют следующий вопрос. Можно ли реализовать данный целочисленный гомологический класс данного топологического пространства непрерывным образом фундаментального класса ориентированного гладкого замкнутого многообразия? (Гомологические классы, удовлетворяющие этому условию, называются реализуемыми по Стинроду.) Ответ на этот вопрос был дан Р. Томом (1954), который показал, что существуют нереализуемые по Стинроду гомологические классы, но при этом для каждого целочисленного класса гомологий некоторый кратный ему класс реализуем по Стинроду.

В 2007 году докладчик нашёл явную комбинаторную конструкцию многообразия, реализующего класс гомологий, кратный классу гомологий заданного сингулярного цикла топологического пространства. Более того, эта конструкция позволила доказать, что для любой размерности n найдется ориентированное гладкое замкнутое многообразие M^n, удовлетворяющее следующему универсальному свойству по отношению к задаче реализации циклов: для любого n-мерного целочисленного класса гомологий любого топологического пространства некоторый кратный ему класс гомологий можно реализовать образом фундаментального класса конечнолистного накрытия над многообразием M^n. (Многообразия M^n, удовлетворяющие этому условию, были названы URC-многообразиями.) В качестве URC-многообразия M^n можно взять так называемое многообразие Томеи - изоспектральное многообразие симметрических трёхдиагональных вещественных матриц размера $(n+1) \times (n+1)$. Это многообразие является малым накрытием над специальным простым многогранником - пермутоэдром, то есть оно может быть склеено специальным образом из 2^n экземпляров пермутоэдра.

В докладе будет рассказано о том, как можно модифицировать явную конструкцию реализации циклов, чтобы получить URC-многообразия, гораздо более простые чем многообразия Томеи. А именно будет доказано, что URC-многообразиями являются все малые накрытия над замечательными простыми многогранниками, называемыми граф-ассоциэдрами. В частности, URC-многообразиями являются малые накрытия над классическими ассоциэдрами Сташефа.

Минимальная триангуляция кватернионной проективной плоскости

Д. Городков
МИРАН, Москва, Россия

Задача о нахождении минимальных по количеству вершин триангуляций многообразия - одна из классических задач комбинаторной топологии. Решение известно для сравнительно небольшого набора многообразий. Брем и Кюнель в 1992 году построили три восьмимерных симплициальных комплекса в виде кандидатов в минимальные триангуляции кватернионной проективной плоскости, однако им не удалось доказать, что эти комплексы (кусочно линейно) гомеоморфны HP^2. В докладе будет рассказано, почему кусочно линейная гомеоморфность имеет место. Задача сводится к подсчету чисел Понтрягина этих симплициальных комплексов.

Преобразование Мутара и сингулярные обобщенно-аналитические функции

П. Г. Гриневич, Р. Г. Новиков
ИТФ им. Л.Д.Ландау РАН, мех-мат МГУ, Москва

В последние годы преобразование Мутара использовалось рядом авторов для построения точных решений пространственно-двумерных интегрируемых систем, включая работы Тайманова и Царева по операторам Дирака и сингулярным решениям оператора Шредингера. Однако, насколько известно авторам, во всех случаях преобразование Мутара применялось по "физическим переменным". Ма предлагаем использовать преобразование Мутара по "спектральной переменной" в задаче рассеяния на одном уровне энергии для двумерного оператора Шредингера, которая имеет вид уравнения обобщенно-аналитических функций. Преобразование Мутара дает инструмент исследования функций со спектральными данными, имеющими специальные особенности на линиях, которые, как было показано П.Г. Гриневичем и С.П. Новиковым, неизбежно возникают для достаточно больших по норме потенциалов.

Независимые матрицы и плотные подмножества произведений

А. А. Грызлов
Удмуртский государственный университет Ижевск, Россия

Понятие независимой матрицы является обобщением классического понятия независимой системы множеств. Подобные системы множеств широко использовались при изучении стоун-чеховских расширений дискретных пространств. Р. Энгелькинг и М Карлович использовали семейства подмножеств этого типа для их доказательства теоремы Хьюитта-Марчевского-Пондишери. Мы строим различные независимые матрицы для построения всюду плотных подмножеств произведений дискретных пространств, являющихся объединением различных дизъюнктных систем "небольших" подмножеств. Это позволяет строить всюду плотные подмножества произведений, обладающие дополнительными свойствами.

О свойствах пространств непрерывных G-значных функций на полиэдрах

С. П. Гулько, А. В. Титова
Томск

В недавней статье [1] авторы доказали, что для компактного n-мерного полиэдра X топологическая группа $C_p(X, S^1)$ изоморфна группе $C_p(\Delta_n, S^1)$, где Δ_n есть n-мерный симплекс, $n \geq 1$.

В докладе будут рассмотрены некоторые свойства топологических групп $C_p(X, G)$, относящихся к проблемам их классификации для полиэдров X и компактных абелевых групп G.

Литература:

[1] С. П. Гулько, А. В. Титова. Классификация пространств непрерывных S^1-значных функций на полиэдрах. Вестник Томского ун-та. Матем. механ. 2015, 4(36), 15–20.

Локально равномерно выпуклые нормы в пространствах непрерывных функций на компактах Федорчука

С. П. Гулько, М. С. Шуликина

Томск

А.В.Иванов предложил называть компактами Федорчука все компакты, которые можно получить как пределы непрерывных обратных спектров трансфинитной последовательностей метризуемых компактов с вполне замкнутыми проекциями.

Теорема. Пусть X – компакт Федорчука. Тогда банахово пространство $C(X)$ всех непрерывных функций допускает эквивалентную локально равномерно выпуклую (=LUR) норму, которая является полунепрерывной снизу относительно топологии поточечной сходимости.

Определение LUR-норм см., например в [1]. Хорошо известно [2], что если банахово пространство $C(X)$ имеет LUR-норму, которая полунепрерывна относительно топологии поточечной сходимости, то компакт X имеет свойство Намиоки. Напомним, что компакт X имеет свойство Намиоки (иногда это свойство называется свойством ко-Намиоки), если для любого Бэровского пространства B и любой раздельно непрерывной функции $f : B \times X \to R$ существует всюду плотное подмножество $A \subset B$ типа G_δ такое, что функция f совместно непрерывна в каждой точке множества $A \times X$.

Литература:

[1] A. Molto, J. Orihuela, S.Troyanski, M. Valdivia. A non-linear transfer technique for renorming. LNM v. 1951, 2009.

[2] Deville R., Godefroy G., Zizler V. Smoothness and renorming in Banach spaces. Longman, 1993.

Спектры высших порядков, эквивариантные многочлены Ходжа-Делиня и уравнения типа Макдональда

С. М. Гусейн-Заде

Московский государственный университет, Россия

В соответствии с теоремой Макдональда для топологического пространства X имеет место равенство $1 + \sum_{i=1}^{infty} \xi(S^k X) = (1-t)^{-\xi(X)}$, где $\chi(\cdot)$ - эйлерова характеристика, определенная в терминах когомологий с компактными носителями, $S^k X = X^k / S_k$ - kая симметрическая степень пространства X. Уравнение типа Макдональда для инварианта - это формула, которая дает производящий ряд значений инварианта для симметрических степеней пространства (или для их аналогов) в виде ряда, не зависящего от пространства в степени, равной значению инварианта для самого пространства. Уравнения типа Макдональда могут быть сформулированы для ряда инвариантов, которые могут рассматриваться как обобщения эйлеровой характеристики, например, для многочлена Ходжа-Делиня. Если инвариант принимает значения в кольце, отличном от кольца целых чисел (или другого числового кольца), для придания смысла такому уравнению надо использовать степенную структуру над кольцом. Спектр Ходжа является аддитивным инвариантом комплексного квази-проективного пространства с автоморфизмом конечного порядка. Поэтому он может рассматриваться как обобщение эйлеровой характеристики. Для топологического пространства с действием конечной группы определены понятия орбифолдной эйлеровой характеристики и ее версий высших порядков. По аналогии с этими понятиями мы определяем понятия спектров высших порядков комплексного квази-проективного многообразия с действием конечной группы G и с G-эквивариантным автоморфизмом конечного порядка, некоторые их усиления и формулируем уравнения типа Макдональда для них.

Доклад основан на совместной работе с В.Эбелингом.

Жёсткость в когомологиях момент-угол и квазиторических многообразий трёхмерных многогранников

Н. Ю. Ероховец

Московский Государственный Университет, Россия

С каждым простым n-мерным многогранником P с m гипергранями $\{F_1, \dots, F_m\}$ в торической топологии (см. [1]) связывается $(m+n)$-мерное *момент-угол многообразие* $\mathcal{Z}_P$ с действием m-мерного тора T^m. Если в T^m имеется свободно действующая подгруппа $H \simeq T^{m-n}$, то факторпространство $M(P, H) = \mathcal{Z}_P/H$ является $2n$-мерным многообразием с действием n-мерного тора и называется *квазиторическим многообразием.* Оба многообразия определяются комбинаторикой многогранника P, что даёт возможность исследовать комбинаторику многогранников при помощи алгебраической топологии многообразий и наоборот. Не всякий многогранник имеет хотя бы одно квазиторическое многообразие. Из теоремы о четырёх красках следует, что любой трёхмерный многогранник имеет.

Свойство многогранника, набор элементов в кольце когомологий, или комбинаторный многогранник называются *B-жесткими* (*C-жёсткими*) в некотором классе многогранников, если они сохраняются при изоморфизмах градуированных колец момент-угол (квазиторических) многообразий для многогранников из этого класса. Известно, что из B-жёсткости многогранника следует его C-жёсткость.

Простой многогранник называется *флаговым*, если из того, что его набор гиперграней попарно пересекается следует, что он пересекается в совокупности. *k-поясом* для $k > 3$ называется циклическая последовательность различных гиперграней многогранника, в которой пересекаются только последовательные гиперграни.

Утверждение 1. Трёхмерный простой многогранник является флаговым тогда и только тогда, когда $H^{m-2}(\mathcal{Z}_P) \subset (\widetilde{H}^*(\mathcal{Z}_P))^2$.

Утверждение 2. Трёхмерный простой многогранник не содержит 4-поясов тогда и только тогда, когда умножение $H^3(\mathcal{Z}_P) \otimes H^*3(\mathcal{Z}_P) \to H^6(\mathcal{Z}_P)$ тривиально.

Из утверждений 1 и 2, которые доказываются на основе методов работы [2], следует B-жёсткость свойств флаговости и отсутствия 4-поясов, которая впервые была доказана в [2]. В работе [3] доказана B-жёсткость любого флагового трёхмерного многогранника без 4-поясов.

Известно (см. [1]), что: $H^*(M(P, H)) = \mathbb{Z}[v_1, ..., v_m]/(I_P + J_{P,H})$, где $\deg v_i = 2$, $I_P = (v_{i_1} \dots v_{i_k} : F_{i_1} \cap \dots \cap F_{i_k} = \varnothing)$, а идеал $J_{P,H}$ порождается n линейными соотношениями.

Приведём формулировку основного результата.

Теорема. Набор элементов $\{\pm v_1, \pm v_2, \dots, \pm v_m\}$ является C-жёстким в классе простых флаговых трёхмерных многогранников без 4-поясов. Более того, он отображается биективно на соотвествующий набор при любом изоморфизме градуированных колец когомологий квазиторических многообразий.

Как следствие этого результата можно получить C-жёсткость некоторых характеристических классов квазиторических многообразий.

Доклад основан на совместной работе с В. М. Бухштабером, Т. Е. Пановым и М. Масудой.

Работа частично поддержана грантом победителям конкурса «Молодая математика России» и грантами РФФИ-14-01-00537-а и 16-51-55017-Китай-а.

Список литературы

[1] V. M. Buchstaber, T. E. Panov, "Toric Topology," AMS Math. Surveys and monogrpaphs. vol. 204, 2015. 518 pp.
[2] F. Fan, J. Ma, X. Wang, "B-Rigidity of flag 2-spheres without 4-belt arXiv:1511.03624.
[3] F. Fan, X. Wang, "Cohomology rings of moment-angle complexes arXiv:1508.00159.

О 2-категории снопов расслоений (bundle gerbes)

А.В.Ершов
Московский физико-технический институт, Россия

В докладе планируется рассказать о 2-группоиде снопов расслоений (bundle gerbes) и его обобщении — группоиде Морита-снопов расслоений (Morita bundle gerbes), введенных У. Пеннигом (U. Pennig). С помощью последних мы описываем связь между различными типами скручиваний в скрученной K-теории.

Об устойчивости множества упорядоченного накрывания к антитонным возмущениям

Е.С. Жуковский
Москва

Определяется множество упорядоченного накрывания отображения, действующего в упорядоченных пространствах. Рассмотрены примеры нахождения множества упорядоченного накрывания операторов. Доказаны утверждения об устойчивости множества упорядоченного накрывания к антитонным возмущениям. Рассмотрена проблема существования минимального и наименьшего решений операторных уравнений, оценок решения типа Чаплыгина. Перечисленные результаты применены к исследованию дифференциальных и интегральных уравнений.

Точки совпадения отображений в частично упорядоченных пространствах

С.Е. Жуковский
Москва

Для двух отображений $F, G : X \to Y$ частично упорядоченных пространств X и Y получены достаточные условия существования точек совпадения, т.е. таких точек $x \in X$, что $F(x) = G(x)$. Для этого теория накрывающих отображений метрических пространств была перенесена на отображения частично упорядоченных пространств. В частности, было введено и исследовано понятие упорядочено накрывающего отображения.

Проективно индуктивно замкнутые функторы и C-пространства

Т. Ф. Жураев, З. О. Турсунова

Рассматривается топологические,геометрические и размерностные свойства метрических компактных C-пространств при воздействие на них ковариантных функторов конечной степени в категории метризуемых пространств и непрерывных отображений в себя. А также рассмотрено размерностные свойства различных типов промежуточных бесконечномерных пространств между C-пространствами и бесконечномерными пространствами в категории паракомпактных пространств и непрерывных отображений в себя. В работе [1] было введено проективно индуктивно замкнутые функторы (кратко, p.i.c.-функторы)и изучено их функториальные свойства в категории $Tych$ - тихоновских пространств и непрерывных отображений в себя. C-простарнство играют большую роль в различных разделах топологии, в том числе, в теории $A(N)R$-пространств и теории селекции многозначных отображений.

Определение 1 [2]. Топологическое пространство называется конечным C-пространствам по Хэйверу (обозначается, конечным C-Ha пространством), если на пространстве имеется допустимая метрика d и для каждой последовательности $\{\epsilon_i : \epsilon_i > 0, i = 1, 2, ..., \}$ существует дизъюнктное семейство $V_i : i = 1, 2, ...$, такое, что $X = \cup_{i=1}^{n} V_i$ и $diam_{\epsilon_j V_j < \epsilon_j}$ для каждых $i = 1, 2, ...n$.

Теорема 1. p.i.c.-функторы с конечными степенями сохраняет метрических конечные C-Ha пространства.

Определение 2 [2]. Топологическое пространство называется конечным-пространством, если для каждой последовательности открытых конечных покрытий $U_i : i = 1, 2, ...$, существует дизъюнктное семейство открытых множеств $V_i : i = 1, 2, ...,$, такое, что $X = \cup_{i=1}^{n} V_i$ и $V_i < U_i$ для каждых $i = 1, 2, ...n$. Напомним, что U и V семейства подмножество пространства, пишем $U < V$, если для каждого $v \in V$ существует некоторое $u \in U$, такое, что $u \subset v$.

Теорема 2. p.i.c.-функторы с конечными степенями сохраняет метрические конечные C-пространства.

Литература

1. T. F. Zhuraev. On paracompact spaces and projectively inductively closed functors. Appl. Gen.Topol. 2002, V. 3, № 1, pp. 33-44.

2. P. Borst. A weakly infinite-dimensional compactum not having Property C. Preprint, Vrije Universitet, Amsterdam, 2005.

О размерности в решетках

С. Д. Илиадис

Московский Государственный Университет, Россия

Проблемы универсальности в решетках, до недавнего времени фактически не рассматривались, тем более проблемы, связанные с размерностью. Мы здесь определим два инварианта (размерности) решеток и приведем соответствующие теоремы универсальности. А именно, будет показано, что в классе всех решеток, веса не превосходящего данному кардиналу и размерности не превосходящей данному значению, существуют универсальные решетки.

Оснащенные хордовые диаграммы

Д. П. Ильютко

Московский Государственный Университет, Россия

Оснащенные хордовые диаграммы появляются при изучении инвариантов Васильева узлов, J-инвариантов кривых и тп. Хорошо известно, что в случае обычных хордовых диаграмм (оснащение равно 0) хордовые диаграммы по модулю 4T-соотношениях образуют алгебру Хопфа, где в качестве умножения берется обычная связная сумма. В случае же общих оснащенных хордовых диаграмм дело обстоит совсем иначе.

Об $\epsilon-$отображениях некоторых не триангулируемых многообразий

У. Х. Каримов, М. Сенсел, Д. Реповш

Институт математики АН Республики Таджикистан Душанбе, Таджикистан

Дано $n-$мерное компактное не триангулируемое многообразие. Верно ли что для любого $\epsilon > 0$ существует $\epsilon-$отображение этого многообразия на $n-$мерный конечный полиэдр которое индуцирует гомотопическую эквивалентность?

В сообщении предполагается рассказать о полученных результатах по этой проблеме.

К теореме Федорчука о нормальном функторе

А. П. Комбаров

Московский Государственный Университет, Россия

Рассматриваются различные обобщения нормальности и доказываются аналоги известной теоремы В.В.Федорчука: если для какого-нибудь нормального функтора F степени >2, действующего в категории компактов и их непрерывных отображений, компакт $F(X)$ является наследственно нормальным, то X – метризуемый компакт.

Об одном классе гомеоморфизмов пространств непрерывных функций

В. Р. Лазарев

Томск

Символом $Cp(X)$ обозначается пространство всех непрерывных вещественнозначных функций на тихоновском топологическом пространстве X, снабженное топологией поточечной сходимости. Тихоновские топологические пространства называем просто пространствами.

Пусть каждому пространству X поставлено в соответствие некоторое подпространство $E(X)$ в $C_cC_p(X)$. Тогда для каждой пары пространств X, Y определено (возможно, пустое) семейство $(E(X), E(Y))$ гомеоморфизмов $h : C_p(X) \to C_p(Y)$ таких, что $h^*(Y) \subset E(X)$ и $(h^{-1})^*(X) \subset E(Y)$. Здесь h^* — естественное двойственное к h отображение.

Теорема 1. *Для каждого пространства X существует такое $E_0(X) \subset C_pC_p(X)$, что*

(1) *замыкание $E_0(X)$ в $C_pC_p(X)$ имеет коразмерность 1;*

(2) *для каждой пары пространств X, Y семейство $(E_0(X), E_0(Y))$ содержит семейство $(L_p(X), L_p(Y))$ всех линейных гомеоморфизмов $T : C_p(X) \to C_p(Y)$;*

(3) *не все гомеоморфизмы семейства $(E_0(X), E_0(Y))$ являются равномерными.*

Приведенная теорема представляет интерес в связи со следующим фактом.

Теорема 2. *Есди пространства X, Y имеют счетный i-вес,* $\dim(Y) = m$ *и семейство* $(E_0(X), E_0(Y))$ *из теоремы 1 непусто, то и* $\dim(X) = m$.

Предположим, что вышеописанным способом определены семейства $F_1 = (E_1(X), E_1(Y))$ и $F_2 = (E_2(X), E_2(Y))$.

Вопрос. Для каких пространств X, Y, $E_i(X)$, $E_i(Y)$, где $i = 1, 2$, из непустоты семейства F_1 следует непустота семейства F_2? В частности, что если $F_1 = (E_0(X), E_0(Y))$ и $F_2 = (L_p(X), L_p(Y))$?

Универсальные объекты в теории множеств, классов, гиперклассов, etc.

Ю. Т. Лисица
ПСТГУ, Москва

Универсальными объектами в теории множеств называются традиционно такие объекты, элементами которых являются те и только те объекты, которые обладают заданным определенным свойством. Это могут быть множества, собственные классы, гипер-классы, если формальная теория допускает, чтобы собственные классы были элементами гипер-класса, etc. Но существование универсальных объектов часто обеспечивается некоторой аксиомой ограничения, например, ограниченной аксиомой пары. О связи последней аксиомы и универсальных объектов будет идти речь. В частности, будет сформулирован следующий ПРИНЦИП МАКСИМАЛЬНОСТИ: Если существует максимальное (универсальное) семейство (множество, класс, гипер-класс, гипер-гипер-класс, etc.) Z, заданное некоторым свойством, предикатом, конструкцией, etc., т.е. состоит из ВСЕХ элементов, обладающих именно этим свойством, удовлетворяющих именно этому предикату, построенных определенной конструкцией или операцией над объектами, etc., то ЛЮБОЕ УТВЕРЖДЕНИЕ, которое влечет существование нового элемента z с таким же свойством, предикатом, построенным такой же конструкцией или операцией над объектами, etc., и такого что z не принадлежит Z, ЛОЖНО. Многие старые, известные парадоксы теории множеств решаются этим принципом, в частности, без привлечения парадокса Рассела в одноименном парадоксе, доказывающем, что не существует универсального множества. Привлекается теория нефундированных множеств, построенная автором.

Связь нотоидов и узлов геометрической степени 1 в утолщенном торе

Я. К. Май, Ф. Г. Кораблев
Челябинский государственный университет, Россия

Теория нотоидов была предложена В.Г. Тураевым как одно из обобщений теории длинных узлов. Нотоиды, как и классические узлы, задаются своими диаграммами на двумерной сфере. Отличие от узлов состоит в том, что несущей кривой нотоида является отрезок, а не окружность. Утолщенным тором называется прямое произведение двумерного тора на отрезок. Узлом в утолщенном торе называется простая замкнутая кривая. Будем говорить, что узел имеет геометрическую степень 1, если существует такое вертикальное кольцо, что оно пересекает узел в одной точке. Построим отображение поднятия, которое каждому нотоиду сопоставляет узел геометрической степени 1 в утолщенном торе. Это отображение определено корректно и является сюръективным. На множестве нотоидов сложности 1 введем операцию переключения. Из определения поднятия следует, что если нотоиды получаются один из другого переключением, то узлы, получаемые из них при поднятии, эквивалентны. Для множества примарных нотоидов сложности не менее двух доказана следующая теорема: отображение поднятия из множества примарных узлов сложности не менее двух во множество узлов геометрической степени 1 инъективно.

Описание K-теории с помощью сбалансированных пар

В. М. Мануйлов
Московский государственный университет, Россия

Вместо стандартного описания -групп с помощью формальных разностей проекторов, мы используем пары операторов, имеющих одинаковое отклонение от того, чтобы быть проекторами. Аналогично описывается и группа $_1$. Это позволяет определить относительный индекс для пар псевдодифференциальных операторов, символы которых необязательно обратимы, а лишь имеют одинаковое отклонение от обратимости. Данный подход работает также для обобщения представлений групп.

Характеризация R–факторизуемых G–пространств

Е. В. Мартьянов
МГУ, Россия

В работе дается характеризация R-факторизуемости G-пространств, доказывается равносильность R-факторизуемости и свойства $\omega{-}U$ для G-пространств с d-открытым действием ω-узких групп. Показано, что R-факторизуемость характеризует те компактные фактор-пространства, которые являются фактор-пространствами ω-узких групп. Вводятся понятия m- и M-факторизуемых G-пространств, обобщающих соответствующие понятия для топологических групп.

Гомотопическая классификация транзитивных алгеброидов Ли

А. С. Мищенко
Московский государственный университет, Россия

Доклад посвящен изложению результатов группы исследователей по транзитивным алгеброидам Ли. Эта программа была инициирована безвременно ушедшим профессором политехнического университета в Лодзи (Польша) Яном Кубарски, который совместно с автором начал изучение сигнатур транзитивных алгеброидов Ли в 2003 году.

В целом программа исследований может быть описана как гомотопическая классификация транзитивных алгеброидом Ли при фиксированном многообразии в качестве базы и фиксированной конечно мерной алгебре Ли, присоединенной к транзитивному алгеброиду Ли. Еще в книге Маккензи ([1]) было установлено, что если расслоение L со слоем конечномерная алгебра Ли $\mathfrak{g}$ и структурной группой автоморфизмов этого слоя допускает каплинг $\sharp$ с касательным расслоением TM многообразия M, то тогда такое расслоение L расширяется до транзитивного алгеброида Ли, у которого данное расслоение L присоединено к полученному алгеброиду Ли, при условии тривиальности препятствия Маккензи в виде трехмерного класса когомологий $obs(\sharp) \in H^3(M; ZL)$ с коэффициентами в плоском расслоении ZL.

Для завершения гомотопической классификации транзитивных алгеброидов Ли надо решить две задачи: 1) Найти необходимые и достаточные условия существования каплинга для заданного расслоения L и 2) описать условия тривиальности препятствия Маккензи. Обе эти задачи в книге Маккензи ([1]) не ставились и не обсуждались. Доклад посвящен решению сформулированных задач. Первая задача решена полностью ([5], [3]). В рамках второй задачи о вычислении препятствия Маккензи показана его функториальнос ([5])и показана его тривальность в некоторых частных случаях ([4],[6]).

Список литературы

[1] K.C.H. Mackenzie. *General Theory of Lie Groupoids and Lie Algebroids.* Cambridge University Press, 2005.

[2] Xiaoyu Li, A.S. Mishchenko *Classification of Couplings for Transitive Lie Algebroids,* Doklady Mathematics, Maik Nauka/Interperiodica Publishing (Russian Federation), t. 91, No.1, p. 84-86, 2015

[3] Xiaoyu Li, A.S. Mishchenko *The existence and classification of couplings between Lie algebrabundles and tangent bundles,* Topology and its Applications, Elsevier BV (Netherlands), t. 200, p. 1-18, 2016

[4] Xiaoyu Li, A.S. Mishchenko, V.Gasimov *Mackenzie obstruction for the existence of a transitive Lie algebroid,* Russian Journal of Mathematical Physics, Maik Nauka/Interperiodica Publishing (Russian Federation), t. 21, No.4, p. 544-548, 2014

[5] А.С.Мищенко, Сяоюй Ли *Транзитивные алгеброиды Ли. Категорная точка зрения,* Фундаментальная и прикладная математика, 2015, том.20, № 2, с.133–156

[6] Xiaoyu Li, A.S. Mishchenko, Leanh Nguyen *Some results on the Mackenzie obstruction for transitive Lie algebroids,* Preprint of joint scientific project No: 71NC /2015/VNCCCT on the VIASM (Vietnam Institute for Advanced Study in Mathematics), 2016
Russian Journal of Mathematical Physics, Maik Nauka/Interperiodica Publishing (Russian Federation), t. 21, No.4, p. 544-548, 2014

О пространствах диагональной кривизны

О. И. Мохов

Московский государственный университет, Россия

Рассматриваются пространства диагональной кривизны, возникающие в современных задачах математической физики и теории интегрируемых систем гидродинамического типа. Эти пространства характеризуются наличием диагональной метрики (ортогональных координат) с дополнительными условиями на тензор кривизны Римана и описываются интегрируемой системой уравнений. В частности, все двумерные метрики задают пространства диагональной кривизны, а также пространствами диагональной кривизны являются пространства постоянной кривизны, гиперповерхности, пространства с плоской нормальной связностью. Общие пространства диагональной кривизны пока мало исследованы. Будут представлены результаты по описанию трехмерных пространств диагональной кривизны.

О пространствах с ω-регулярной базой

Е. Ю. Мычка, В. В. Филиппов

Московский Государственный Университет, Россия

В докладе будет обсуждаться понятие ω-регулярной базы топологического пространства, предложенное А.В.Архангельским. Будет представлено утверждение о том, что каждое пространство с ω-регулярной базой является паралинделёфовым. Также будет построено пространство с σ-локально счётной базой, но без ω-регулярной базы, обладающее некоторыми дополнительными свойствами.

Табулирование узлов малой сложности в утолщённой бутылке Клейна

Л. Р. Набеева

Челябинских Государственный Университет, Россия

Работа посвящена составлению таблицы узлов в утолщённой бутылке Клейна, минимальные диаграммы которых имеют не более трёх перекрестков. Сначала строятся регулярные графы степени 4, имеющие не более трёх вершин. Для каждого графа перечисляются гомеоморфные ему проекции, затем - отвечающие им диаграммы узлов. Различность большинства полученных узлов удалось доказать при помощью специально построенного инварианта узлов в утолщённой бутылке Клейна - аналога полинома Кауффмана. До сих пор таблицы узлов в трёхмерных многообразиях, отличных от сферы, строились для проективного пространства, утолщённого тора и полнотория.

AKNS иерархия и конечнозонные потенциалы Шредингера

В. С. Оганесян

Московский государственный университет, Россия

Рассмотрим оператор $M = \begin{pmatrix} \imath & 0 \\ 0 & -\imath \end{pmatrix} \partial_x + \begin{pmatrix} 0 & -\imath q(x) \\ \imath p(x) & 0 \end{pmatrix}$. Пусть L_n — дифференциальный оператор порядка n, где коэффициентами являются матрицы размера 2×2.
Рассмотрим условие на функции $p(x)$ и $q(x)$ при которых существует оператор L_n, что

$$L_n M = M L_n, \qquad L_{n+1}^2 = M^{2m+2} + b_{2m} M^{2m} + ... + b_1 M + b_0,$$

где b_i — комплексные числа. Полученная система уравнений на $p(x)$ и $q(x)$ называется n—ым уравнением стационарной АКНС иерархии.

В докладе будет рассказан явный критерий при котором функции $p(x)$ и $q(x)$ будут решениями некоторого стационарного уравнения из иерархии АКНС. Также будет показана явная связь между решениями АКНС иерархии и конечнозонными потенциалами Шредингера.

Об n-эберлейновских компактах

Б. А. Пасынков

Московский государственный университет, Россия

Пусть Q – тихоновский куб несчетного веса. Подкомпакт nQ куба Q (n – натуральное число), состоящий из всех точек Q, не более n координат которых отлично от 0, является n-эберлейновским, но не является $(n-1)$-эберлейновским.

Дополнение до сигма-компактного множества в пространстве с Лузинской пи-базой также обладает Лузинской пи-базой

М. А. Патракеев

Институт математики и механики УрО РАН, Уральский Федеральный Университет, Екатеринбург, Россия

Понятие лузинской пи-базы было введено автором в работе “Метризуемые образы прямой Зоргенфрея” [1]. Краткое введение в класс пространств с лузинской пи-базой можно прочитать в работе [2]. Примерами пространств, обладающих лузинской пи-базой, являются пространство Бэра ω^ω, прямая Зоргенфрея и иррациональная прямая Зоргенфрея, а также любые конечные и счётные произведения, составленные из этих трёх пространств. Свойство иметь лузинскую пи-базу сохраняется при умножении на пространство Бэра или на произвольную конечную или счётную степень прямой Зоргенфрея.

Пространства с лузинской пи-базой обладают многими хорошими свойствами, общими для пространства Бэра и прямой Зоргенфрея. Например, каждое пространство с лузинской пи-базой уплотняется на пространство Бэра; каждое пространство с лузинской пи-базой допускает непрерывное открытое отображение на произвольное польское пространство.

Получен следующий результат:

Теорема. Дополнение до сигма-компактного множества в пространстве с лузинской пи-базой также обладает лузинской пи-базой.

Данный результат в некотором смысле отражает следующее свойство пространства Бэра: дополнение до сигма-компактного множества в пространстве Бэра гомеоморфно самому пространству Бэра. С дрогой стороны интересно отметить, что открытое плотное подпространство даже в сепарабельном метризуемом пространстве с лузинской пи-базой может уже не обладать лузинской пи-базой.

[1] M. Patrakeev, *Metrizable images of the Sorgenfrey line*, Topology Proceedings, vol.45 (2015) 253-269.
[2] M. Patrakeev, *The complement of a sigma-compact subset of a space with a Luzin pi-base also has a Luzin pi-base,* preprint, http://arxiv.org/abs/1512.02458

Замечание о метризуемости и характере полиэдров

С. А. Перегудов
Государственный университет управления, Москва, Россия

Пусть n - натуральное число. База B пространства X называется n-в счётном,если никакие n точек пространства X не содержатся как подмножество в несчётном семействе элементов базы B.

Теорема 1. Полиэдр,имеющий n-в счётном базу, метризуем.

База B пространства X называется w-в счётном, если никакое бесконечное подмножество пространства X не содержится как подмножество в несчётном семействе элементов базы B.

Теорема 2. Полиэдр с w-в счётном базой имеет характер, не превышающий мощность континуума.

Неподвижные точки отображений упорядоченных множеств

Д. А. Подоприхин, Т. Н. Фоменко
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Россия

Доклад посвящен проблеме существования общих неподвижных точек семейства многозначных отображений упорядоченных множеств. В литературе известна и широко применяется теорема Кнастера-Тарского (1927) о неподвижной точке изотонного отображения упорядоченных множеств и ее многозначная версия, доказанная Смитсоном (1971). В докладе будут представлены недавние результаты о существовании общих неподвижных точек семейства многозначных отображений упорядоченных множеств, обобщающие перечисленные выше результаты.

Максимальные однородные пространства

Е. А. Резниченко
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Россия

Пространство X называется максимально однородным если X является максимальным однородным подпространством βX, содержащие X. Например, однородное пространство с первой аксиомой счетности максимально однородно. Известные примеры однородных экстремально несвязных счетнокомпактных пространств максимально однородно.

Доказано, что максимально однородное экстремально несвязное счетнокомпактное пространство X в счетной степени также является счетнокомпактным пространством.

ЭЛЛИПТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ, АССОЦИИРОВАННЫЕ С ДИФФЕОМОРФИЗМАМИ МНОГООБРАЗИЙ С КРАЕМ

А. Ю. Савин, Б. Ю. Стернин
Университет Дружбы народов, Москва, Россия

Настояшая работа посвящена исследованию нового класса краевых задач на гладком компактном многообразии с краем, в которых основной и граничный операторы являются нелокальными и ассоциированы с гладкими отображениями многообразия в себя. Такие задачи включают в качестве частных случаев ряд известных классов задач. Именно, задачи для обратимых отображений (т.е. для диффеоморфизмов), см. [1]; задачи с гомотетиями в $\mathbb{R}^n$, см. [2]. Наконец, такие задачи содержат в качестве частного случая известные задачи Бицадзе–Самарского [3], в которых значения функции на границе связываются с её значениями на подмногообразии, расположенном внутри области.

Основной результат данного доклада состоит в получении условий фредгольмовости рассматриваемого класса операторов в случае, когда задача ассоциирована со *сжатием* — отображением многообразия с краем строго внутрь себя. При этом наибольший интерес представляет нахождение аналога условия Шапиро–Лопатинского в этой ситуации.

Оказывается, что в случае нелокальных задач, ассоциированных со сжатиями, условие эллиптичности имеет принципиально новый вид. Дело в том, что при наличии сжатий необходимо замораживать коэффициенты сразу на всей орбите точки границы под действием сжатия и его итераций. В результате получаемое нами на этом пути условие типа Шапиро–Лопатинского состоит в требовании однозначной разрешимости *бесконечной* матричной системы обыкновенных дифференциальных уравнений, отвечающих траекториям граничных точек, лежащих внутри многообразия.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проекты № 15-01-08392 и 16-01-00373).

Список литературы

1. Antonevich A. and Lebedev A. *Functional-Differential Equations. I. C^*-Theory.* Number 70 in Pitman Monographs and Surveys in Pure and Applied Mathematics. — Longman: Harlow, 1994.
2. Россовский Л. Е. *Краевые задачи для эллиптических функционально-дифференциальных уравнений с растяжением и сжатием аргументов* // Тр. Моск. мат. о-ва. — 2001. — Т. 62. — С. 199–228.
3. Бицадзе А. В., Самарский А. А. *О некоторых простейших обобщениях линейных эллиптических задач.* // Докл. АН СССР. — 1969. — Т. 185, вып. 4. — С. 739–740.
4. Савин А. Ю., Стернин Б. Ю. *Эллиптические задачи с растяжениями-сжатиями на многообразиях с краем* // Доклады академии наук. — 2016 (в печати).

Функтор P_n и размерность

Ю. В. Садовничий
Московский государственный университет, Россия

Исследованы свойства пространства $P_n(X)$, где P_n — функтор вероятностных мер с конечными носителями, а X — паракомпактное p-пространство.

Определение 1. *Пространство X называется S-слабо бесконечномерным (обозначение: $X \in S - wid$), если любая бесконечная последовательность дизъюнктных пар $\Phi = \{F_1, F_2\}$, $F_1, F_2 \in exp(X)$ содержит конечную подпоследовательнось такую, что для каждого i существует перегородка P_i пары Φ_i, при этом $\cap_i P_i = \emptyset$.*

Определение 2. [1]. *Ковариантный функтор $\mathcal{F} : Comp \to Comp$, действующий в категории компактных пространств и их непрерывных отображений, называется нормальным функтором, если он*

(1) *сохраняет точку и пустое множество;*
(2) *сохраняет вес бесконечных компактов;*
(3) *мономорфен;*
(4) *эпиморфен;*
(5) *непрерывен;*
(6) *сохраняет пересечения;*
(7) *сохраняет прообразы.*

Для сохраняющего пересечения функтора $\mathcal{F}$ и для любого элемента $a \in \mathcal{F}(X)$ определен его *носитель* $\operatorname{supp} a$ следующим образом: $\operatorname{supp} a = \cap\{Y \subset X : Y$ замкнуто и $a \in \mathcal{F}(Y)\}$. Для нормального функтора $\mathcal{F}$ можно определить его подфунктор $\mathcal{F}_n$, $n \in \mathbb{N}$ следующим образом: $\mathcal{F}_n(X) = \{a \in \mathcal{F}(X) : |\operatorname{supp} a| \leq n\}$. Ясно, что $\mathcal{F}_n(X)$ замкнуто в $\mathcal{F}$, поэтому $\mathcal{F}_n$ есть нормальный функтор в категории Comp. В частном случае, функтор $\mathcal{F}_1$ изоморфен тождественному функтору Id. Функтор P вероятностных мер и его подфункторы P_nявляются нормальными функторами ([3], глава VII).

Теорема 1. *Пусть X — паракомпактное p-пространство. Тогда $P_n(X) \in S - wid \iff X^n \in S - wid$.*

Список литературы

[1] Е. В. Щепин. Функторы и несчетные степени компактов. Успехи матем. наук. 1981. **36**(3), 3–62.
[2] Engelking R. Theory of dimensions, finite and infinite. Lemgo: Heldermann, 1995.
[3] Федорчук В. В., Филиппов В. В. Общая топология. Основные конструкции. М.: Физматлит, 2006.
[4] Басманов В. Н. Ковариантные функторы, ретракты и размерность, Доклады АН СССР. 1983. **271**(5), 1033–1036.
[5] Fedorchuk V. V. Weakly infinite-dimensional spaces, Russian Math. Surveys. 2007. **62**(2), 323–374.
[6] Polkowski L. Some theorems on invariance of infinite dimension under open and closed mappings. Fund. Math. 1983. **119**, 11–34.

О гомеоморфизме прямой Зоргенфрея и ее модификации S_P

Е. С. Сухачева, Т. Е. Хмылева
Томский государственный университет, Россия

В данной работе рассматривается топологическое пространство S_P, которое является модификацией прямой Зоргенфрея S. Топология на пространстве S_P определяется следующим образом: если точка $x \in P \subset S$, то базой окрестностей точки x является семейство полуинтервалов $\{[x, x+\varepsilon), \varepsilon > 0\}$, если $x \in S \setminus P$, то база окрестностей точки x — это семейство полуинтервалов вида $\{(x+\varepsilon, x], \varepsilon > 0\}$.

Получено необходимое и достаточное условие, при котором пространства S_P и S гомеоморфны. Вопросы о гомеоморфизме прямой Зоргенфрея и ее модификации рассматривались, например, в работах [1]-[3].

Теорема 1. *Пусть P — подмножество вещественной прямой. Пространство S_P гомеоморфно S тогда и только тогда, когда не существует замкнутого в P подмножества V такого, что $\overline{V} = \overline{\overline{V} \setminus V}$.*

В этой теореме для любого подмножества $X \subset \mathbb{R}$ через $\overline{X}$ обозначается замыкание в евклидовой топологии.

Следствие 1. *Для множества рациональных точек $Q \subset \mathbb{R}$ пространства S_Q и S не гомеоморфны.*

Следствие 2. *Пусть $C \subset \mathbb{R}$ — канторово множество, $\mathbb{R} \setminus C = \cup_{n=1}^{\infty}(a_n, b_n)$, $A = \{a_n\}_{n=1}^{\infty}$, $B = \{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ и $D = \{d_n\}_{n=1}^{\infty}$, где $d_n = (a_n, b_n)$. Тогда пространства S_D гомеоморфно S, а пространства S_A и S_B не гомеоморфны S.*

Следствие 3. *Если $F \subset \mathbb{R}$ — замкнутое подмножество, то S_F гомеоморфно S.*

Литература:

1. Chatyrko V. A., Hattori Y. *A poset of topologies on the set of real numbers* // Commentationes Mathematicae Universitatis Carolinae. 2013. V.54, N 2., P. 189-196.

2. Хмылева Т.Е., Сухачева Е.С. *О некоторых линейно упорядоченных топологических пространствах, гомеоморфных прямой Зоргенфрея* // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2014. N 5, С. 63-68.

3. Хмылева Т.Е. *О гомеоморфизме прямой Зоргенфрея и ее модификации S_Q* // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2016. N 1(39). С. 53-56.

Пространства непрерывных функций, заданные на “длинных прямых”

Н. Н. Трофименко, Т. Е. Хмылева

Томский государственный университет, Россия

В данной работе рассматриваются вопросы о линейных гомеоморфизмах пространств непрерывных функций, заданных на “длинных прямых” L_α, где α — произвольный ординал. Пространства непрерывных функций наделяются топологией поточечной сходимости и обозначаются $C_p(L_\alpha)$. Определим “длинные прямые” L_α.

Определение 1. Пусть α — произвольный ординал. Рассмотрим линейное упорядочение $<$ намножестве $L_\alpha = [1, \alpha] \times [0, 1) \cup \{(\alpha, 1)\}$, определенное следующим образом: $(\mu_1, t_1) < (\mu_2, t_2)$, если $\mu_1 < \mu_2$ или $\mu_1 = \mu_2$ и $t_1 < t_2$. Будем называть “длинной прямой” множество L_α с топологией, порожденной линейным упорядочением $<$.

Впервые “длинная прямая” была определена в работе П. С. Александрова, П. С. Урысона [1]. В работе получены следующие результаты.

Теорема 1. *Пусть τ — регулярный начальный несчетный ординал и α, β — начальные ординалы, такие, что $\alpha < \beta \leq \tau$. Тогда пространства $C_p(L_{\tau\cdot\alpha})$ и $C_p(L_{\tau\cdot\beta})$ нелинейно гомеоморфны.*

Теорема 2. *Пусть α и β — счетные ординалы. Тогда пространства $C_p(L_\alpha)$ и $C_p(L_\beta)$ являются линейно гомеоморфными.*

Литература:

1. П. С. Александров, П. С. Урысон. *Мемуар о копмактных топологических пространствах*// Москва: Наука. 1971. С. 144.

Степени стрелки Зоргенфрея и кардинальные инварианты

А. А. Федоров

Томск, Россия

На вещественной прямой рассматриваются следующие топологии: евклидова, топологии левой и правой стрелки Зоргенфрея τ_{LS} и τ_{RS}(окрестностями точек в которых служат соответственно левые и правые полуинтервалы), а также нехаусдорфовы топологии τ_L и τ_R, в которых окрестностями точки x являются левые лучи $(-\infty, x]$ и правые лучи $([x;\infty)$, соответственно

Пространства $\mathbb{R}^n$ будет наделяться одной из вышеуказанных топологий. На $\mathbb{R}^n$ вводится частичный порядок $\leq$ следующим образом: $(x_1, \dots, x_n) \leq (y_1, \dots, y_n)$ тогда и только тогда, когда $x_i \leq y_i$ для каждого $i, 1 \leq i \leq n$.

Все рассматриваемые кардинальные инварианты считаются бесконечными.

Теорема 1. Пусть $A \subset \mathbb{R}^n$. Тогда $l(A, \tau_{RS}) = e(A, \tau_{RS}) = s(A, \tau_{RS}) = hl(A, \tau_{RS}) = hd(A, \tau_{RS}) = s(A, \tau_R) = hl(A, \tau_R) = hd(A, \tau_R) = \sup\{B \subset A; B$ – антицепь относительно порядка $\leq\}$.

Рассмотрим подмножество A в пространстве всех вещественных функций на $\mathbb{R}$ и введем для него $A^0 = \{x \in \mathbb{R}; \exists f \in A, f$ имеет разрыв в точке x слева и справа$\}$,

Для всех положительных целых n, m, не равных одновременно нулю введём $A_{n,m} = \{(x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_m) \in (\mathbb{R}^n, \tau_{LS}) \times (\mathbb{R}^m, \tau_{RS}); \exists f \in A; f$ в точках $x_1, \dots, x_n$ непрерывна слева и имеет разрыв справа, а в точках $y_1, \dots, y_m$ функция f непрерывна справа и имеет разрыв слева$\}$

Теорема 2. Пусть A — подмножество пространства всех вещественных функций на $\mathbb{R}$. Тогда $s(A)$, $hd(A)$, $hl(A)$ не превышают $|A^0| \cdot \sup\{s(A_{nm})\}$, а в случае если $A^0 = \emptyset$ и все функции из A имеют разрывы только 1 рода, то неравенство можно заменить на равенство.

Аттракторы системы уравнений пограничного слоя неньютоновской жидкости

Г. А. Чечкин

Московский государственный университет, Россия

В работе установлены условия существования автомодельных решений системы урав-нений пограничного слоя обобщенно ньютоновской среды. Выведено обыкновенное дифференциальное уравнение, решения которого применяются для построения автомодельных решений рассматриваемой системы уравнений. Доказано, что при определенных условиях решения уравнений пограничного слоя независимо от начального профиля скоростей стремятся к автомодельному решению, то есть автомодельные решения носят признаки аттракторов множества решений уравнений пограничного слоя.

Некоторые свойства топологических векторных пространств и теорема о замкнутом графике

Е. Т. Шавгулидзе

Московский государственный университет, Россия

Исследуются различные свойства топологических векторных пространств, связанные с переносом на классы такого вида пространств теорем о замкнутом графике и открытом отображении. В связи с этим описываются различные определения полноты локально выпуклых пространств и других топологических пространств. Изучаются связи между различными определениями полноты в широких классах пространств и возникающие в связи этим топологии.

Некоторые свойства упорядоченных колец

Н. Е. Шавгулидзе

МГУ имени М.В. Ломоносова, СУНЦ имени А.Н. Колмогорова, Москва, Россия

В докладе исследуются некоторые свойствам решеточно упорядоченных колец. В частности, формулируются теоремы об изоморфизмах такого рода структур и связанные с этим различные свойства. Приводятся полезные примеры решеточно упорядоченных колец и возможное их применение.

Мультипликаторы в локально ваукхлых и функциональных пространствах

А. А. Шкаликов

Московский государственный университет, Россия

Решается задача об описании пространства функций, умножение на которые реализуют ограниченные операторы из одного пространства в другое. Наибольший интерес представляет изучение мультипликаторов, действующих из функциональных пространств в двойственные к ним.