

Юрий Викторович Садовничий  
МГУ им. М.В. Ломоносова  
sadovnichiy.yu@gmail.com

## Функтор $P_n$ и размерность

Исследованы свойства пространства  $P_n(X)$ , где  $P_n$  — функтор вероятностных мер с конечными носителями, а  $X$  — паракомпактное  $p$ -пространство.

**Определение 1.** Пространство  $X$  называется  $S$ -слабо бесконечномерным (обозначение:  $X \in S\text{-wid}$ ), если любая бесконечная последовательность дизъюнктивных пар  $\Phi = \{F_1, F_2\}$ ;  $F_1, F_2 \in \text{exp}(X)$  содержит конечную подпоследовательность такую, что для каждого  $i$  существует перегородка  $P_i$  пары  $\Phi_i$ , при этом  $\bigcap_i P_i = \emptyset$ .

**Определение 2.** [1]. Ковариантный функтор  $\mathcal{F} : \text{Comp} \rightarrow \text{Comp}$ , действующий в категории компактных пространств и их непрерывных отображений, называется нормальным функтором, если он

- 1) сохраняет точку и пустое множество;
- 2) сохраняет вес бесконечных компактов;
- 3) мономорфен;
- 4) эпиморфен;
- 5) непрерывен;
- 6) сохраняет пересечения;
- 7) сохраняет прообразы.

Для сохраняющего пересечения функтора  $\mathcal{F}$  и для любого элемента  $a \in \mathcal{F}(X)$  определен его носитель  $\text{supp } a$  следующим образом:  $\text{supp } a = \bigcap \{Y \subset X : Y \text{ замкнуто и } a \in \mathcal{F}_X(Y)\}$ . Для нормального функтора  $\mathcal{F}$  можно определить его подфунктор  $\mathcal{F}_n$ ,  $n \in \mathbb{N}$  следующим образом:  $\mathcal{F}_n(X) = \{a \in \mathcal{F}(X) : |\text{supp } a| \leq n\}$ . Ясно, что  $\mathcal{F}_n(X)$  замкнуто в  $\mathcal{F}(X)$ , поэтому  $\mathcal{F}_n$  есть нормальный функтор в категории  $\text{Comp}$ . В частном случае, функтор  $\mathcal{F}_1$  изоморфен тождественному функтору  $\text{Id}$ . Функтор  $P$  вероятностных мер и его подфункторы  $P_n$  являются нормальными функторами ([3], глава VII).

**Теорема 1.** Пусть  $X$  — паракомпактное  $p$ -пространство. Тогда  $P_n(X) \in S\text{-wid} \iff X^n \in S\text{-wid}$ .

## Список литературы

- [1] Е. В. Щепин. Функторы и несчетные степени компактов. Успехи мат. наук. 1981. **36**(3), 3–62.
- [2] Engelking R. Theory of dimensions, finite and infinite. Lemgo: Heldermann, 1995.
- [3] Федорчук В. В., Филиппов В. В. Общая топология. Основные конструкции. Москва: Физматлит, 2006.
- [4] Басманов, В. Н. Ковариантные функторы, ретракты и размерность, Доклады АН СССР. 1983. **271**(5), 1033–1036.
- [5] Fedorchuk V. V. Weakly infinite-dimensional spaces, Russian Math. Surveys. 2007. **62**(2), 323–374.
- [6] Polkowski L. Some theorems on invariance of infinite dimension under open and closed mappings. Fund. Math. 1983. **119**, 11-34.