

О гомеоморфизме прямой Зоргенфрея и ее модификации S_P

Сухачева Е. С., Хмылева Т. Е.

ТГУ, Томск

e-mail: TEX2150@yandex.ru

В данной работе рассматривается топологическое пространство S_P , которое является модификацией прямой Зоргенфрея S . Топология на пространстве S_P определяется следующим образом: если точка $x \in P \subset S$, то базой окрестностей точки x является семейство полуинтервалов $\{[x, x + \varepsilon), \varepsilon > 0\}$; если $x \in S \setminus P$, то база окрестностей точки x – это семейство полуинтервалов вида $\{(x + \varepsilon, x], \varepsilon > 0\}$.

Получено необходимое и достаточное условие, при котором пространства S_P и S гомеоморфны. Вопросы о гомеоморфизме прямой Зоргенфрея и ее модификации рассматривались, например, в работах [1]-[3].

Теорема 1. Пусть P – подмножество вещественной прямой. Пространство S_P гомеоморфно S тогда и только тогда, когда не существует замкнутого в P подмножества V такого, что $\overline{V} = \overline{V} \setminus V$

В этой теореме для любого подмножества $X \subset \mathbb{R}$ через \overline{X} обозначается замыкание в евклидовой топологии.

Следствие 1. Для множества рациональных точек $Q \subset \mathbb{R}$ пространства S_Q и S не гомеоморфны.

Следствие 2. Пусть $C \subset \mathbb{R}$ – канторово множество, $\mathbb{R} \setminus C = \cup_{n=1}^{\infty} (a_n, b_n)$, $A = \{a_n\}_{n=1}^{\infty}$, $B = \{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ и $D = \{d_n\}_{n=1}^{\infty}$, где $d_n = (a_n, b_n)$. Тогда пространства S_D гомеоморфно S , а пространства S_A и S_B не гомеоморфны S .

Следствие 3. Если $F \subset \mathbb{R}$ – замкнутое подмножество, то S_F гомеоморфно S .

Литература:

1. Chatyrko V. A., Hattori Y. A poset of topologies on the set of real numbers // Commentationes Mathematicae Universitatis Carolinae. 2013. V.54, №. 2., P. 189-196.

2. Хмылева Т.Е., Сухачева Е.С. О некоторых линейно упорядоченных топологических пространствах, гомеоморфных прямой

Зоргенфрея // Вестник Томского государственного университета.
Математика и механика. 2014. № 5, С. 63-68.

З.Хмылева Т.Е. О гомеоморфизме прямой Зоргенфрея и ее модификации S_Q //Вестник Томского государственного университета.
Математика и механика. 2016. № 1(39). С. 53-56.